

مثال: واکتیت در خط زیر را بررسی کنید.

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{10} = t \quad \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{20} = \frac{z-2}{10} = s$$

$$l = (2, -4, 10)$$

$$l' = (5, 20, -10)$$

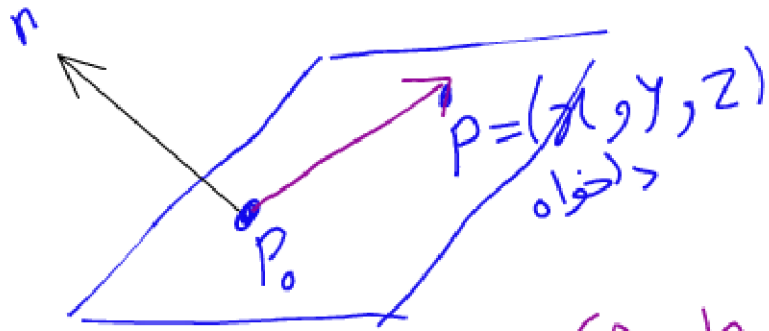
منطق نیز نیست $\Rightarrow$ موازی نیست $\Rightarrow \frac{2}{5} \neq \frac{-4}{20} \neq \frac{10}{-10}$

$$\begin{cases} x = 2t - 2 \\ y = -4t \\ z = 10t - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5s + 1 \\ y = 20s + 1 \\ z = -10s + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t - 2 = 5s + 1 \\ -4t = 20s + 1 \\ 10t - 1 = -10s + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t - 5s = 3 \\ -4t - 20s = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} s = -\frac{10}{25} = -\frac{2}{5} \rightarrow 2t + \frac{10}{5} = 3 \\ \rightarrow 2t = \frac{11}{5} \rightarrow t = \frac{11}{10} \end{matrix}$$

$$\frac{11}{10} - 1 \neq \frac{20}{5} + 2$$

معادله صفحه: $\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ یک نقطه روی صفحه } P_0 = (x_0, y_0, z_0) \\ \textcircled{2} \text{ یک بردار عمود بر صفحه (نرمال) } n = (a, b, c) \end{array} \right\}$ مواد لازم



n عمود بر $\vec{P_0P}$

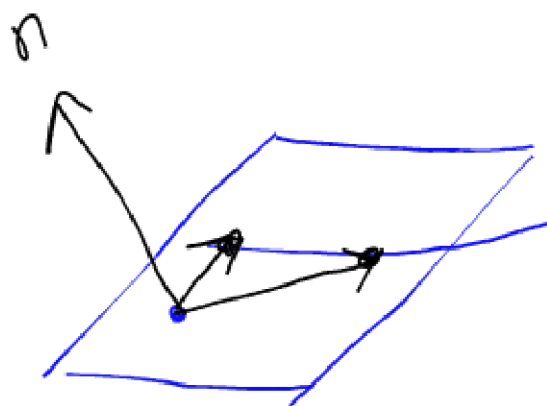
$$n \cdot \vec{P_0P} = 0$$

$$(a, b, c) \cdot (x - x_0, y - y_0, z - z_0) = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

معادله صفحه گذرنده از (x_0, y_0, z_0) و عمود بر (a, b, c)

مثال: معادله صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه $A(1, 1, 2)$ بگذرد و عمود بر بردار $\vec{n} = (1, -2, 1)$ باشد.



$$B = (1, 0, -\frac{1}{2})$$

$$C = (4, -2, 1)$$

$$\vec{AB} = (0, -1, -\frac{5}{2})$$

$$\vec{AC} = (3, -2, -1)$$

$$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = (-9, -\frac{15}{2}, 3)$$

$$-9(x-1) - \frac{15}{2}(y-1) + 3(z-2) = 0$$

$$18(x-1) + 15(y-1) - 6(z-2) = 0$$

$$4x + 5y - 2z = 1$$

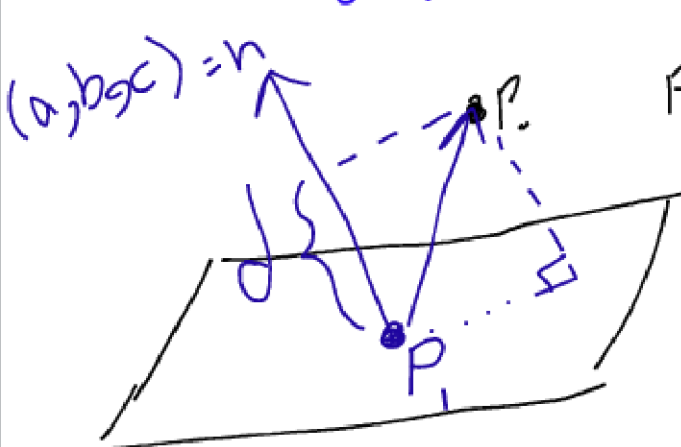
$$-4 - 5 + 6 = 0 \Rightarrow \underline{4x + 5y - 2z = 1}$$

مثال: نقطه $(-1, 2, 1)$ روی صفحه قرار دارد.

$$x - 2y - 3z = 0$$

$$y = z = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 0, 0)$$

$$z = 0, y = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 1, 0)$$



فاصله نقطه از صفحه: $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$d = | \text{Proj}_n \vec{P_1 P_0} | = \frac{| n \cdot \vec{P_1 P_0} |}{|n|}$$

$$= \frac{| ax_0 + by_0 + cz_0 + d |}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

مثال: برای چه مقادیری برای α فاصله نقطه $(1, -1, 4)$

از صفحه $x + y + 2z = \alpha$ برابر 5 است؟

$$\omega = \frac{|12(1) - 4 + 2(-1) - \alpha|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} \Leftrightarrow 15 = |\alpha - 4|$$
$$15 = |\alpha + 4|$$

$$\alpha + 4 = \pm 15 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -19 \\ \alpha = 11 \end{cases}$$

ولایت خط و صفحه

معادلات پارامتری حوار در معادله صفحه جایگزینی

مثال: الف) معادله به دو جواب موازی $t - t + 2 = 1$

ب) " " " " منطبق $t - t + 2 = 2$

ج) " " " " متقاطع

مثال: وندیت خوا $t = z - 2 = y - 2 = 1 - x$ و لیه

$$2x - y + z = 2 \quad | \text{ برای کینه}$$

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t + 2 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2(1-t) - (t+2) + (t+2) = 2$$

$$\cancel{2} - \cancel{2}t - \cancel{t} - \cancel{2} + \cancel{t} + \cancel{2} = \cancel{2}$$

$$-2t = 0 \Rightarrow t = 0$$

پس خط و منقطع

$$\text{نقطه} = (1, 2, 2) \quad \text{محل تلاقی}$$