

حل ۷

د سټا. TNB

برداريکه $T(t) = \frac{df}{ds} = \frac{df}{dt} \cdot \left| \frac{dt}{ds} \right| = f' \frac{1}{|f'|} = \boxed{\frac{f'}{|f'|}}$

$|T|=1$

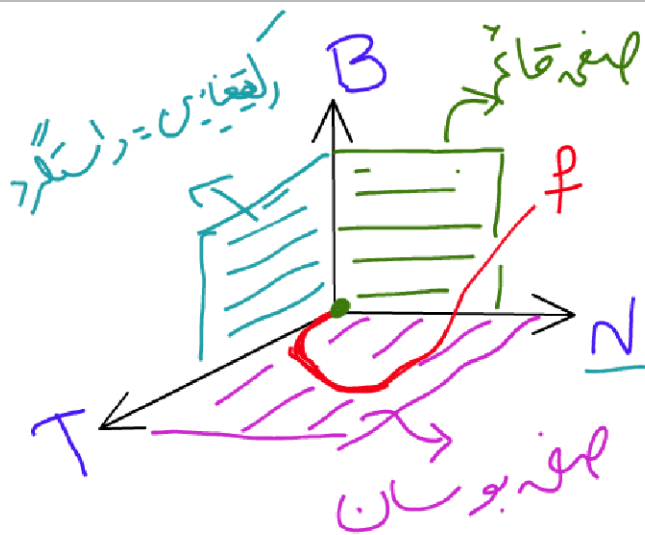
برداريکه قائم $N(t) = \frac{dT(t)}{ds} / \left| \frac{dT(t)}{ds} \right| = \frac{\frac{dT}{dt} \cdot \frac{dt}{ds}}{\left| \frac{dT}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} \right|} = \boxed{\frac{\frac{dT}{dt}}{\left| \frac{dT}{dt} \right|}}$

T بر N عمود است

برداريکه قائم $B(t) = T \times N$

انحنای (فضایی)

$$k(t) = \frac{|v \times a|}{|v|^3}$$



مثال: برای تابع برداری $f(t) = (\cos t, \sin t, t)$ بردار T و معادلات مماس و برخط در لحظه $t = 0$ به دست آورید.
 همچنین انحنای چقدر است؟

$$f'(t) = (-\sin t, \cos t, 1)$$

$$|f'(t)| = \sqrt{2}$$

$$T(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sin t, \cos t, 1) \Big|_{t=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, 1) \quad \text{بردار واحد مماس (واحد)}$$

$$N(t) = \frac{dT}{dt} / \left| \frac{dT}{dt} \right|$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\sqrt{r}} (-\cos t, -\sin t, 0)$$

$$T(t) = \frac{1}{\sqrt{r}} (-\sin t, \cos t, 1)$$

$$\left| \frac{dT}{dt} \right| = \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$N(t) = \frac{(-\cos t, -\sin t, 0)}{1} \Big|_{t=0} = (-1, 0, 0)$$

بردار قائم

$$B(t) = T \times N = \frac{1}{\sqrt{r}} (\sin t, -\cos t, 1) \Big|_{t=0} = \frac{1}{\sqrt{r}} (0, -1, 1)$$

قائم صفحات

نقطه $t=0 \rightarrow p(0) = (1, 0, 0)$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$0(x - 1) + \frac{1}{\sqrt{r}}(y - 0) + \frac{1}{\sqrt{r}}(z - 0) = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{r}}y + \frac{1}{\sqrt{r}}z = 0 \rightarrow y + z = 0$$

معادله قائم

$$k(t) = \frac{|v \times a|}{|v|^3}$$

$$k(t) = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{r}^3} = \frac{1}{r}$$

$$f(t) = (\cos t, \sin t, t)$$

$$v = f' = (-\sin t, \cos t, 1)$$

$$a = f'' = (-\cos t, -\sin t, 0)$$

$$v \times a = (\sin t, -\cos t, 1)$$

$$|v \times a| = \sqrt{r}$$

$$|v| = \sqrt{r}$$



مثال: انسانی (خیمہ) تابع $y = f(x)$ (where $y = x^2$) کے لیے

$$g(t) = (t, f(t), 0)$$

$$g'(t) = (1, f'(t), 0)$$

$$g''(t) = (0, f''(t), 0)$$

$$g' \times g'' = (0, 0, f''(t))$$

$$k(t) = \frac{|f''(t)|}{(\sqrt{1 + f'^2})^3}$$

$$k(x) = \frac{|f''|}{(\sqrt{1 + f'^2})^3}$$

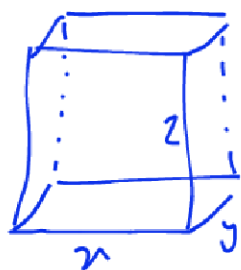
$$\begin{aligned} k(0) &= 2 \\ k(x) &\rightarrow 0 \text{ as } x \rightarrow \pm\infty \end{aligned}$$

$$f: \mathbb{R}^{n=3} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x, y, z) \mapsto u = f(x, y, z)$$

فصل ۴ توابع چند متغیره:

تابع سه متغیره



$$V(x, y, z) = xyz$$

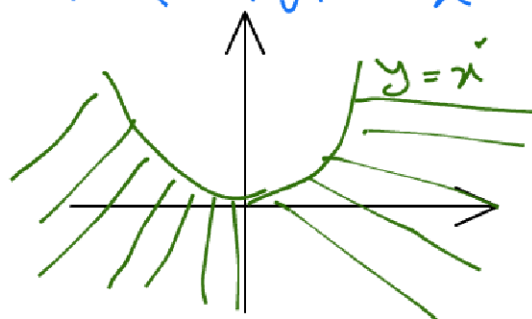
$$f(x, y) = \sqrt{x^2 - y}$$

مثال: $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$\left\{ \frac{1}{0}, \sqrt{-} \right\}$$

دامنه:

$$D_f = \{(x, y) : x^2 - y \geq 0\} = \{(x, y) : \underline{x^2}, y\}$$



مثال: دامنۀ تابع $h(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - y^2 + z^2 + 1}}$ را بیاب و ناحیه مجاز
نقطه را مشخص کن.

$$D_h = \{ (x, y, z) : x^2 - 2x - y^2 + z^2 + 1 > 0 \}$$

$$(x-1)^2 - y^2 + z^2 > 0$$

$$(1, 0, 0) = \text{مرکز}$$

