



دانشکده علوم پایه (رشته آموزش ریاضی)

پردیس علامه امینی تبریز (برادران)

عنوان:

مقالات منتخب از مجلات رشد آموزش ریاضی

طراحی آموزشی برای آموزش ریاضی

دکتر یونس کریمی فردین پور

فروردین ۱۳۹۹

بسم رب الشهدا و الصديقين

برنامه‌ی درسی ملی: هست‌ها و باید‌ها

زهرآگویا
دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

جوامع جدید برای تمام دانش‌آموزان بود. در تلاش برای پاسخگو شدن، نظام‌های آموزشی سعی کردند تا نقشه‌ی راهی در اختیار برنامه‌ریزان قرار دهند که با داشتن آن، اقدام به تهیه و تولید برنامه‌ی درسی کنند.

مطالعه‌ی سیر تحول آموزش‌های عمومی در جهان، نشان می‌دهد که می‌توان با اندکی تساهل و تسامح، برنامه‌های درسی در نظام‌های متمرکز را، مترادف با برنامه‌ای دانست که در سال‌های اخیر، به نام برنامه‌ی درسی ملی^۱ در انگلستان، شهرت یافته است. طرح این مفهوم و ورود آن به حوزه‌ی مطالعات برنامه‌ی درسی به طور عام، به سال ۱۹۸۸ میلادی برمی‌گردد که در انگلستان، توسط کنت بیکر^۲ - وزیر آموزش دوران دوم نخست‌وزیری مارگارت تاچر، اعلام شد (لاوتون^۳، ۲۰۰۸). به گفته‌ی وایت^۴ (۲۰۰۸) - استاد فلسفه‌ی تعلیم و تربیت در مؤسسه‌ی علوم تربیتی دانشگاه لندن - «تنها تصور بیکر این بود که این نوع برنامه، چیز خوبی است. او بدون بازتاب و تأمل، دیدگاه سنتی نسبت به یک آموزش مدرسه‌ای را پذیرفت» (ص ۱).

این برنامه از نظر مفهومی - نه اجرایی - به نوعی معادل یا مترادف چیزی بود که در آمریکا، تحت عنوان استانداردهای برنامه‌ی درسی معرفی و از آن دفاع شد. طرح این دو نوع برنامه که اولی نماینده‌ی تمرکز نظام آموزشی و دومی مؤید عدم تمرکز نظام آموزشی است، بحث‌های هیجان‌انگیز جدیدی را نسبت به تمرکز و عدم تمرکز در برنامه‌ی درسی ایجاد کرد که دامنه‌ی آن‌ها، حوزه‌های دیگری را از جمله آموزش معلمان و مشارکت آن‌ها در طراحی برنامه‌ی درسی یا برنامه‌ی درسی مدرسه محوره^۵ و ارزیابی دانش‌آموزان، دربرگرفته است. این بحث، هم چنان جزو داغ‌ترین مباحث آموزشی و سیاست‌گذاری‌های کلان در انگلستان و آمریکا و اکثر کشورهای جهان است و به دلیل اهمیتی که دارند، مورد توجه قرار می‌گیرند.

در این مقاله، با اشاره‌ی مختصری به نقش نظام‌های آموزشی متمرکز و غیرمتمرکز در هماهنگ کردن برنامه‌های درسی، به دو حرکت عمده که در غرب به وقوع پیوست، پرداخته می‌شود. این دو، اعلام برنامه‌ی درسی ملی انگلستان در سال ۱۹۸۸ به صورت تجویزی و دیگری، تبیین استانداردهای برنامه‌های درسی و به طور مشخص، برنامه‌ی درسی ریاضی در ایالات متحده‌ی آمریکا به صورت توصیه‌ای بود که از سال ۱۹۸۹ آغاز شد. برنامه‌ی درسی ملی انگلستان باعث ایجاد بحث‌ها و مناقشات جدیدی در عرصه‌های ملی و بین‌المللی شده است و هم‌زمان، استانداردهای آموزشی و چگونگی تأثیرگذاری احتمالی آن‌ها در نظام‌های آموزشی غیرمتمرکز، عرصه را به روی گفت و گوهایی نظری و کاربردی جدید گشوده است. در این مقاله به اختصار، مروری بر این دو جریان می‌شود تا بتوان از تجربه‌های متنوع اخیر، توشه‌ای برای برنامه‌های بومی اندوخت.

کلیدواژه‌ها: نظام آموزش رسمی، برنامه‌ی درسی متمرکز، برنامه‌ی درسی ملی، مدرسه، استانداردهای آموزشی.

مقدمه

از شروع آموزش رسمی در کشورهای جهان، مدرسه مسئولیت مهم انتقال دانش و حقایق علمی را در کنار جامعه‌پذیر کردن دانش‌آموزان به عهده گرفت تا بتواند طبقه‌ی تحصیل کرده‌ای تربیت کند که قادر به تأمین نیازهای شغلی جامعه باشد و اداره‌ی امور جامعه‌ی جدید صنعتی شروع قرن بیستم و در حال گذار را در دست گیرد (بویت، ۱۹۱۸). این رسمیت برنامه، تعهداتی را از جانب دولت بر مردم ایجاد کرد که با وجود تنوع آن در نظام‌های آموزشی گوناگون، در یک ویژگی مشترک بودند و آن، ضرورت پاسخگو شدن برنامه‌های اعلام‌شده‌ی رسمی (متمرکز) در برابر خواسته‌های

برنامه‌ی درسی ملی و استانداردهای برنامه‌ی درسی: دو روی یک سکه

با ورود به سایت برنامه‌ی درسی ملی انگلستان^۶، ابتدا با تعریفی گزاره‌مانند برای این برنامه مواجه می‌شویم:

«برنامه‌ی درسی ملی چارچوبی است که توسط تمام مدارس استفاده می‌شود تا اطمینان حاصل شود که تدریس و یادگیری، سازگار و متعادل است.»

و در جای دیگری در همین سایت، خطاب به والدین آمده است که «برنامه‌ی درسی ملی شامل مراحل کلیدی و موضوع‌های محوری (هسته‌ای)^۷ است که از ۵ تا ۱۶ سالگی که فرزند شما در مدرسه است، به او آموزش داده می‌شود.»

هم‌چنین در این سایت، توضیح داده شده است که «برنامه‌ی درسی ملی موارد زیر را دربرمی‌گیرد:

- موضوعات درسی؛
- دانش، مهارت‌ها و فهم و درکی که برای هر موضوع درسی لازم است؛

- استانداردها یا اهداف غایی هر موضوع درسی که معلمان می‌توانند از آن‌ها، برای سنجش پیشرفت تحصیلی فرزند شما استفاده کنند و گام‌های بعدی را برای یادگیری دانش‌آموزان طراحی کنند؛

- انجام سنجش پیشرفت تحصیلی فرزندتان و ارائه‌ی گزارش به شما.

در ادامه‌ی این توضیحات، قید شده است که «درون این چارچوب، مدارس آزادند که تدریس و یادگیری خود را به گونه‌ای طراحی و سازماندهی کنند که به بهترین شکل، نیازهای دانش‌آموزان را برآورده سازند.» این تأکید و پذیرش چنین آزادی برای مدارس و به تبع آن معلمان، با وجود تمایلات جدی که در مورد نظارت دقیق و کمی و بیرونی بر جریان تدریس و یادگیری در نظام‌های آموزشی جهان وجود داشته و دارد، نکته‌ای قابل تأمل برای برنامه‌ریزان درسی است. تاریخ آموزشی نشان می‌دهد که گاهی ادعای ایجاد تمرکز و کنترل دقیق تا جایی پیش رفته است که از وزیر آموزش فرانسه در دهه‌ی ۶۰ تا ۷۰ میلادی نقل شده است که پیش از ظهر به یکی از کلاس‌های ابتدایی در پاریس رفت؛ کلاسی که معلم مشغول تدریس مبحثی در ریاضی بود. وی به ساعتش نگاه کرد و گفت «الآن تمام معلمان این پایه در سراسر فرانسه، مشغول تدریس این مبحث‌اند.» مشابه این ادعا، در زمان اوج نهضت رفتارگرایی و طرح درس در دهه‌های ۶۰ و ۷۰ میلادی در آمریکا بود که در آن، سیاستگذاران و برنامه‌ریزان آموزشی مدعی بودند که می‌توان با وادار کردن معلمان به نوشتن طرح درس‌های دقیق، کمی و عینی، امکان کنترل بیرونی آن‌ها را فراهم کرد (حیدری قزلبچه، ۱۳۸۳). این در حالی بود که فرانسه، به داشتن نظام آموزشی متمرکز شهره بود و در مقابل، در آمریکا طبق قانون اساسی آن، همیشه آموزش و به تبع آن تدوین برنامه‌ی درسی، از وظایف

از شروع آموزش رسمی در کشورهای جهان، مدرسه مسئولیت مهم انتقال دانش و حقایق علمی را در کنار جامعه‌پذیر کردن دانش‌آموزان به عهده گرفت تا بتواند طبقه‌ی تحصیل کرده‌ای تربیت کند که قادر به تأمین نیازهای شغلی جامعه باشد و اداره‌ی امور جامعه‌ی جدید صنعتی شروع قرن بیستم و در حال گذار را در دست گیرد (بوییت، ۱۹۱۸)

ایالت‌ها و نه دولت فدرال است. درحقیقت، هر دو نظامی که مدعی قرار گرفتن در دو انتهای طیف تمرکز و عدم تمرکز هستند، به دلیل اشتیاق برای کنترل بیرونی معلمان، ساز و کارهایی اندیشیدند که هر دو را به اجبار، به سمت میانه‌ی این طیف کشانده است.

حادثه‌ی مهم تاریخ برنامه‌ی درسی اخیر این است که انگلستان غیرمتمرکز، مهد برنامه‌ی درسی ملی و ایجاد تمرکز ناباورانه در آن کشور شد و به موازات آن، آمریکا تلاش نمود تا بدون عبور از قانون اساسی خود، تمرکز را از طریق اراییه‌ی مجموعه‌ای از استانداردهای آموزشی ایجاد کند. این دو حرکت، مبنای بسیاری از مطالعات عمیق نظری و کاربردی در حوزه‌ی برنامه‌ی درسی و بررسی میزان تمرکز نظام‌های آموزشی شده‌اند که به ترتیب، به ویژگی‌های آن دو می‌پردازیم:

نقد برنامه‌ی درسی ملی انگلستان

یکی از نقدهای اساسی که به برنامه‌ی درسی ملی انگلستان وارد شده و هم‌چنان ادامه دارد این است که اهداف آن، به صورت گزاره‌هایی «نامفهوم و گیج‌کننده» بیان شده‌اند (وایت، ۲۰۰۸) و مستندات لازم برای توجیه علمی و عملی آن ارائه نشده است. وایت اهداف این برنامه را به نقل از برنامه‌ی ۱۹۸۸ چنین بیان نموده است:

اهداف کلان برنامه‌ی درسی ملی انگلستان

- ارتقای توسعه‌ی روحانی^۸، اخلاقی، فرهنگی، ذهنی و فیزیکی دانش‌آموزان در مدرسه و جامعه
- آماده‌سازی چنین دانش‌آموزانی برای فرصت‌ها، مسئولیت‌ها و تجربه‌های زندگی بزرگسالی.

جان وایت در نقد این اهداف اظهار می‌دارد که «این‌ها در بهترین حالت، نامفهوم و در بعضی موارد، گیج‌کننده‌اند (مثلاً یکی از این اهداف را در نظر بگیرید که برنامه‌ی درسی مدرسه‌ای، باعث ارتقای توسعه‌ی فیزیکی جامعه می‌شود.» وی ادعا می‌کند که این برنامه، تشابه زیادی با برنامه‌ی درسی سال ۱۹۰۴ انگلستان دارد که باعث ایجاد مدارس متوسطه‌ی دولتی شد، با این تفاوت که برنامه‌ی سال ۱۹۰۴ برای ۵ تا ۱۰ درصد دانش‌آموزان متوسطه تدارک دیده شده بود اما برنامه‌ی ۱۹۸۸ برای تمام دانش‌آموزان ۵ تا ۱۶ ساله تجویز شده است.

حادثه‌ی مهم تاریخ برنامه‌ی درسی اخیر این است که انگلستان غیرمتمرکز، مهد برنامه‌ی درسی ملی و ایجاد تمرکز ناباورانه در آن کشور شد و به موازات آن، آمریکا تلاش نمود تا بدون عبور از قانون اساسی خود، تمرکز را از طریق ارایه‌ی مجموعه‌ای از استانداردهای آموزشی ایجاد کند

بخش عمده‌ی اعتراضات به نحوه‌ی گزارش و اعلام نمره‌های دانش‌آموزان در هر مدرسه و برای هر درس و مقایسه و رتبه‌بندی مدارس براساس تعداد قبولی‌ها و ردی‌ها بود. این نحوه‌ی گزارش دادن به جدول لیگ^{۱۲} معروف است و تاکنون، نقدهای بسیاری بر آن نوشته شده است. معلمان معترض اند که این اندازه‌آزمون گرفتن، قدرت آن‌ها را برای تدریس خلاق محدود می‌کند و فرصتی برای استفاده‌ی آن‌ها از آزادی وعده داده شده در معرفی برنامه‌ی درسی ملی باقی نمی‌گذارد. درواقع، اگرچه در تعریف این برنامه، مدارس تشویق به تهیه‌ی برنامه‌های درسی متناسب با نیازهای دانش‌آموزان خود شده‌اند- فعالیت‌هایی که در ادبیات حوزه‌ی برنامه‌ی درسی به برنامه‌ی درسی مدرسه‌محور (SBCD) شناخته شده است- اما معلمان عملاً، چاره‌ای جز تدریس برای آزمون^{۱۳} ندارند.

به گفته‌ی لاوتون، در دولت تونی بلر نیز، با وجودی که شعار اصلی انتخاباتی او آموزش، آموزش، آموزش^{۱۴} بود، اما دولت او، فهم و درک عمیقی نسبت به هدف آموزش در یک جامعه‌ی دموکراتیک نشان نداد و در دولت او نیز، برنامه‌ی درسی ملی به اندازه‌ی قبلی‌ها، به هم ریخته بود. تنها نوآوری با ارزشی که احتمالاً موفق‌ترین جنبه‌ی سیاستگذاری آموزشی حزب کارگر انگلستان بود که نسبت به این برنامه رخ داد، آموزش برای شهروندی^{۱۵} بود که باز هم تبدیل به یک موضوع درسی اجباری در برنامه‌ی درسی ملی شد و آن را حجیم‌تر کرد (ص ۳۳۹).

لاوتون در جمع‌بندی خود، به این نتیجه رسیده است که برنامه‌ی درسی ملی انگلستان تبدیل به یک نظام آزمونی^{۱۶} شده که بندی بر پای معلمان و مدارس گشته و جدول لیگ آن، فرصت هر نوآوری را از معلمان گرفته است و بدین سبب معلمان انگلستان، هم‌چنان بر علیه آن اعتراض می‌کنند، در حالی که ویلز و اسکاتلند، بالاخره آن را ممنوع کردند (ص ۳۴۰). جانسون^{۱۷} (۲۰۰۷) در کتاب در معرض تغییر: تفکر جدید درباره‌ی برنامه‌ی درسی نیز تأکید کرده است که برای دعوت معلمان به مشارکت در تولید برنامه‌های درسی، چاره‌ای جز به تأخیر انداختن آزمون‌های مکرر تا پایان دوره‌ی آموزش اجباری یعنی ۱۶ سالگی نیست. هم‌چنین، در این کتاب اشاره شده است که «ممکن است این تغییر ساختاری^{۱۸} برنامه‌ی درسی، منجر به تدوین استانداردهای آموزشی بالاتری شود زیرا دانش‌آموزان در آن با انگیزه‌تر و درگیرتر می‌شوند

لاوتون در مقاله‌ای با عنوان برنامه‌ی درسی ملی از ۱۹۸۸: اکسیر یا جام زهرآلود (۲۰۰۸)، اظهار می‌دارد که «بعد از آن‌که کنت بیکر پس از کیت جورف وزیر آموزش شد، به زودی معلوم گردید که وی نسبت به آموزش، خیلی بیش‌تر تمرکزگراست، به‌خصوص وقتی تأکید کرد که می‌خواهد راجع به ایده‌ای صحبت کند که بعدها، برنامه‌ی درسی ملی نام گرفت (ص ۱). برنامه‌ی اعلام‌شده‌ی بیکر آن قدر متمرکز و سیاسی بود که به گفته‌ی لاوتون، برنامه‌ی بیکر لقب گرفت و بیش‌تر، بندی^۹ بود که به پای جامعه‌ی آموزشی بسته شد. لاوتون نیز مانند وایت و بسیاری از منتقدان دیگر، برنامه‌ی درسی شامل ۱۰ موضوع درسی بیکر را شبیه برنامه‌ی درسی متوسطه‌ی ۱۹۰۴ می‌داند که آن هم انگلیسی، ریاضی و علوم را به عنوان سه موضوع درسی محوری (هسته‌ای) معرفی کرده بود و موضوعات دیگری نیز داشت. در برنامه‌ی معروف به برنامه‌ی بیکر نیز، هفت موضوع درسی دیگر که ظاهراً از اهمیت کمتری برخوردارند یا به هر دلیل دیگری جزو موضوعات محوری (هسته‌ای) قرار نگرفته‌اند عبارتند از تاریخ، جغرافی، هنر، موسیقی، فناوری، تربیت بدنی، و کامپیوتر و فناوری اطلاعات. لاوتون معتقد است که برنامه‌ی درسی بیکر، بسیار فراتر از معرفی ده موضوع درسی است؛ زیرا در این برنامه، برای هر موضوع درسی، ریز مواد تفصیلی به تفکیک هر سال و با اهداف آموزشی عینی و قابل سنجش آمده است. هم‌چنین، دوره‌ی یازده ساله‌ی آموزش اجباری به چهار دوره به نام مراحل کلیدی تقسیم شده است و تمام دانش‌آموزان، ملزم به گذراندن آزمون در پایان هر دوره یعنی ۷، ۱۱، ۱۴ و ۱۶ سالگی هستند تا خود و مدرسه‌هایشان مورد ارزیابی قرار گیرند.

طبق بررسی لاوتون (۲۰۰۸)، اگرچه پاول بلک^{۱۹} به عنوان رئیس گروه کاری برای ارزیابی و آزمون (TGAT)^{۱۱} تأکید کرده که «هدف آزمون‌ها و ارزیابی‌ها، تنها اعلام تعداد قبولی‌ها یا ردی‌های مدرسه‌ها نیست و مدل TGAT منعطف‌تر از آن است و معلمان را تشویق می‌کند که برای هر دانش‌آموز، ارزشیابی توصیفی انجام دهند و فقط موفقیت یا شکست را [با یک نمره] اعلام نکنند»، ولی در عمل، نمره، بیش‌ترین چیزی است که ذهن سیاستمداران و رسانه‌ها را در انگلستان، اشغال کرده است (ص ۳۳۸). وی در ادامه، با اشاره به نظرات تحلیل‌گران مختلف، معتقد است که «اگر برنامه‌ی درسی ملی با دهموضوع درسی اجباری باقی بماند و هر موضوع درسی در پایان سال‌های گفته شده (۷، ۱۱، ۱۴ و ۱۶) مورد ارزیابی قرار گیرند، آن‌گاه برنامه‌ی درسی ملی انگلستان، متمرکزترین برنامه‌ی درسی کنترل‌شده‌ای است که تا به حال، در کشوری وجود داشته است» (ص ۳۳۸).

او در ادامه ابراز خوشحالی می‌کند از این‌که این پیش‌بینی درست از آب درنیامد، زیرا به گفته‌ی وی، اتحادیه‌ی معلمان انگلستان بر علیه حجم و تعدد آزمون‌ها و اعلام نتایج به جامعه، شورش کرد که

در ایالات متحده‌ی آمریکا، با توجه به محدودیت قانونی که برای تدوین و اعلام برنامه‌های متمرکز یا ملی وجود دارد، تدبیر دیگری اندیشیده شده و آن، تدوین مجموعه‌ای از استانداردهای آموزشی است که برخلاف ماهیت تجویزی برنامه‌ی درسی ملی، توصیفی هستند و به جامعه‌ی آموزشی توصیه می‌شوند

و علاوه بر این، چنین برنامه‌ای می‌تواند معلمان را از نو، آموزش حرفه‌ای دهد و اختیار و مسئولیت توسعه‌ی برنامه‌های درسی را به آن‌ها باز پس دهد. این مجادلات و دغدغه‌ها، منتقدان را به این باور رسانده که «در دراز مدت، کاملاً روشن است که بدیلی به جز تهیه‌ی یک برنامه‌ی درسی خوب فکر شده برای تمام دانش‌آموزان نداریم؛ برنامه‌ای که حق آموزش را برای دانش‌آموزان محترم شمارد، نه آن‌که بندی به پای آن‌ها باشد و در این مسیر، اولین گام می‌تواند لغو جدول لیگ و حتی شاید خود آزمون‌ها باشد.»

این انتقادهای در سال‌های اخیر، به طرز چشمگیری دانشکده‌های علوم تربیتی، مصلحان آموزشی و نظریه‌پردازان برنامه‌ی درسی را درگیر کرده است. آن‌ها به اصطلاح، پاشنه آشیل این برنامه را سلب آزادی معلمان برای مشارکت در تهیه و تولید برنامه‌ی درسی و فرصت ندادن به دانش‌آموزان برای یادگیری زمینه‌مدار و مبتنی بر دنیای واقعی می‌دانند. منتقدان ابراز می‌دارند که حتی اگر درسی مانند آموزش برای شهروندی به برنامه اضافه شده، باز هم با اضطراب آزمون و دلهره‌ی جدول لیگ، عملاً روح از قالب آن تهی گشته و فقط برنامه را حجیم‌تر کرده است.

پس از مروری اجمالی بر برنامه‌ی درسی ملی انگلستان که با حرکتی سریع، نظام آموزشی غیرمتمرکز انگلستان و ویلز را تبدیل به نظام آموزشی متمرکز نمود و بحث‌های فراوانی را برانگیخت، نگاهی کوتاه نیز به نقش استانداردهای آموزشی در مهد پیدایش آن یعنی ایالات متحده می‌اندازیم تا بتوانیم به یک جمع‌بندی منصفانه برسیم.

استانداردهای آموزشی در ایالات متحده

در ایالات متحده‌ی آمریکا، با توجه به محدودیت قانونی که برای تدوین و اعلام برنامه‌های متمرکز یا ملی وجود دارد، تدبیر دیگری اندیشیده شده و آن، تدوین مجموعه‌ای از استانداردهای آموزشی است که برخلاف ماهیت تجویزی^{۱۹} برنامه‌ی درسی ملی، توصیفی^{۲۰} هستند و به جامعه‌ی آموزشی توصیه می‌شوند. ایالت‌ها نیز بنا به نیازمندی و صلاحدید خود، ممکن است از آن توصیه‌ها استفاده کنند یا به طور کلی، آن‌ها را کنار بگذارند و برای خود، استانداردهای بومی تدوین کنند.

با وجودی که مفهوم استانداردهای یادگیری ایالتی مدت‌هاست که وجود دارد، اما استانداردهای تجویزی مانند هیچ کودکی عقب نماند^{۲۱} و نیز در سطح ایالتی وجود دارند که استانداردهای اخیر، مشخصاً در مورد سواد خواندن و ریاضی‌اند. استانداردهای

ریاضی توسط شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM) از سال ۱۹۸۹ به بعد، در قالب چندین سند منتشر شده‌اند و این شورا، به طور مستمر برای حمایت از استانداردهای تدوین شده‌ی خود، کارگاه برگزار می‌کند، کتاب‌های کمکی چاپ می‌کند و برای معلمان، دوره‌های آموزش‌های حرفه‌ای می‌گذارد (به سایت nctm.org، رامبرگ، ۱۳۷۹ و سندهای منتشر شده در سال‌های ۱۹۸۹، ۱۹۹۱، ۱۹۹۳ و ۲۰۰۰ مراجعه شود). با توجه به این که در مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، به دفعات راجع به این استانداردها مقاله و گزارش نوشته شده، ضرورتی برای پرداختن مجدد به آن‌ها احساس نمی‌شود. اما توجه به این نکته مهم است که در نظام آموزشی غیرمتمرکز ایالات متحده نیز، تلاش‌های زیادی برای ایجاد تمرکز یا چیزی که به عنوان اطمینان از کیفیت آموزشی از آن یاد می‌شود، وجود دارد. البته این شورا، داشتن مجموعه‌ای از استانداردها را به عنوان ملاک و ضابطه‌ای برای تهیه‌ی برنامه‌ها و کتاب‌های درسی، با استاندارد کردن^{۲۲} آموزش و تعیین موفقیت تحصیلی از طریق آزمون‌های استاندارد، دو مقوله‌ی جدا از هم می‌داند که اولی به کیفیت می‌پردازد و گوناگونی و برابری دستیابی به امکانات را در نظر می‌گیرد درحالی که دومی، بیش‌تر در راستای یکسان‌سازی و رسیدن به حداقلی از کمیت است. بدین جهت، استانداردهای برنامه‌ی درسی ریاضی شامل مباحث کیفی از قبیل رعایت مساوات و توجه به تفاوت‌های فردی است. در هر صورت، نداشتن برنامه‌ی درسی متمرکز یا ملی، سال‌هاست که موضوع بحث‌های جدی در ایالات متحده است و این بحث‌ها، پس از معلوم شدن عملکرد ضعیف دانش‌آموزان آمریکایی در رقابت‌های بین‌المللی ازجمله تیمز و پیزا، شدت گرفته است. به طور مثال، در سال ۲۰۰۴ میلادی، نشستی از طرف شورای ملی معلمان ریاضی (LNCTM) و سرپرستان ایالتی ریاضی آمریکا (ASSM)^{۲۳} برگزار شد تا به یک سؤال جدی پاسخ دهند که «چگونه در سراسر آمریکا به معلمان کمک کنند تا در حالی که در آن کشور، یک برنامه‌ی درسی ریاضی ملی وجود ندارد، دانش‌آموزان برای امتحانات سراسری و رقابتی آماده شوند» (لات و فی‌شی‌مورا، ۲۰۰۵). حاصل بحث‌های این نشست در سال ۲۰۰۵ در قالب سندی به نام استانداردها و برنامه‌ی درسی از یک منظر ملی منتشر شد. نتایج اولیه‌ی این مطالعه این بود که با وجود داشتن نظام آموزشی غیرمتمرکز، برنامه‌های درسی ریاضی در ایالت‌های مختلف، تشابه بسیاری با هم دارند.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

گویا (۸۰-۱۳۷۹) ضمن تأکید بر ضرورت انجام مطالعات تطبیقی برای هر تغییر برنامه‌ای، تأکید کرده بود که «تصمیم‌گیری‌هایی که براساس سلیقه‌ها و تجربه‌های محدود افراد انجام می‌شود، بسیار هزینه‌بر است و هشداردهنده آن‌که بخش اعظم این هزینه‌ها، نیروی انسانی است» (ص ۳). متأسفانه، هم برنامه‌ی درسی ملی در انگلستان و هم تأکید بر استانداردهای

محدود کردن، به بند کشیدن، الزام و اجبار استفاده می شود.

10. Paul Black

11. Task Group for Assessment and Testing (TGAT)

12. League Table

جدول لیگ استعاره ای است که از ورزش وام گرفته شده است و از آن، برای اعلام نتایج آزمون های مدرسه ای استفاده می شود. در انگلستان و بعضی ایالت های آمریکا، در پایان سال تحصیلی، نمرات و تعداد قبولی ها و ردی های هر مدرسه در رسانه های محلی اعلام می شود و مدارس با این نتایج، رتبه بندی می شوند.

13. Teaching to the Test

14. Education, Education, Education

تونی بلر اعلام کرد که اگر بخواهد تمام برنامه ی خود را در سه کلمه خلاصه کند، می گوید آموزش، آموزش، آموزش که در آن زمان، بسیار سر و صدا کرد.

15. Education for Citizenship

16. Testing Regime

17. Johnson

18. Transformation

19. Prescriptive

20. Descriptive

21. No Child Left Behind (NCLB) (ED. gov)

22. Standardized

23. Association of State Supervisors of Mathematics (ASSM)

آموزشی در آمریکا و طرح هایی مانند هیچ کودکی عقب نماند، با کم توجهی به مطالعات تطبیقی و همه جانبه، تدوین و اعلام شدند؛ دو برنامه ای که به شدت تحت تأثیر سلیقه ها و تجربه های محدود چند نفر تبیین و به نوعی، تجویز شدند و هر دو، باعث ایجاد عکس العمل های شدید و نتایج برخلاف انتظار شدند. این دو برنامه، فرصت ندادند تا با توجه به شرایط اجتماعی، اقتصادی، سیاسی و فرهنگی آن جوامع، و با توجه به تعریفی که هریک از انسان ایده آل دارند، سیاست های کلان آموزشی در سطوح ملی تدوین شوند به گواهی اسناد موجود، برنامه ی درسی ملی انگلستان برنامه ی بیکر سیاستمدار بود و برنامه ی هیچ کودکی عقب نماند و نظایر آن، خواسته ی دولت بوش و هر دو غافل از این بودند که بدون ایجاد زمینه های اجتماعی و فرهنگی مناسب، و بدون توجه به نقش معلمان در اجرای هر برنامه ای، نمی توان با تجویز یک برنامه، انتظار تحقق آن را داشت. به گفته ی رید (۲۰۰۰)، یکی از وظایف اصلی برنامه ی درسی، توجه به نیازهای یک جامعه برای داشتن هویت ملی است و توصیه ی وی، تلاش برای تبیین نظریه های برنامه ی درسی به گونه ای است که اعتبار جهانی بودن و جامعیت را به نمایش بگذارد و با برخورداری از پشتوانه های محکم نظری و منطقی، بازتاب آرمان های اعتقادی، فرهنگی و اجتماعی جامعه ی خود باشد و هویت ملی را در مخاطبان اصلی خود که دانش آموزان هستند، ایجاد و تقویت کند.

سخن آخر این که نقد اساسی که بر برنامه ی درسی ملی انگلستان و به طور ضمنی، تحمیل استانداردهای برنامه ی درسی - به خصوص ریاضی و زبان - در ایالات متحده وارد است، نه به دلیل یک تألیفی یا چند تألیفی بودن کتاب های درسی است و نه به دلیل آموزش سراسری معلمان یا موارد مشابه. تمرکز اصلی نقدها بر سوق دادن جامعه ی آموزشی به سمت حاکمیت آزمون ها بر سرنوشت آموزشی دانش آموزان و سلب آزادی معلمان و مدارس برای انجام نوآوری و جرح و تعدیل در برنامه های درسی با در نظر گرفتن مخاطبان نشان است. وگرنه به عقیده ی نگارنده، یکی از عوامل ایجاد هویت ملی در ایران، هم چنان می تواند کتاب های درسی خوب فکر شده باشد.

پی نوشت

1. National Curriculum

2. Kenneth Baker

3. Denis Lawton

4. John White

5. School-Based Curriculum Development (SBCD)

6. Direct. gov.uk/understanding The National Curriculum, QCA (Qualifications & Curriculum Authority)

7. Key Stages & Core Subjects

8. Spiritual Development

9. Straightjacket

معنی تحت اللفظی این واژه، «ژاکت خفت کردن دیوانگان» است اما به عنوان اصطلاحی برای

منابع

الف) منابع فارسی

۱. حیدری قزلبچه، رضا. (۱۳۸۳). رفتارگرایی و طرح درس در پوته ی نقد. مجله ی رشد آموزش ریاضی. شماره ی ۷۸. صص ۲۳ تا ۳۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.

۲. رامبرگ، توماس. الف. (۱۳۷۹-۸۰). استانداردهای برنامه ی درسی و ارزشیابی NCTM. ترجمه ی نسرین شهابت نادری. مجله ی رشد آموزش ریاضی. شماره ی ۶۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. صص ۱۶ تا ۲۴.

۳. گویا، زهرا. (۱۳۷۹-۸۰). یادداشت سردبیر. مجله ی رشد آموزش ریاضی. شماره ی ۶۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. صص ۱ تا ۳.

ب) منابع انگلیسی

1. Bobbitt, F. (1918). Scientific Method in Curriculum Making. Reprinted in T. Findersd. (1997). *The Curriculum Studies Readers*. Routledge, Inc.

2. Johnson, M. (2007). *Subject to Change: New Thinking on the Curriculum*. Association of Teachers and Lecturers (ATL). London in Great Britain.

3. Lawton, D. (2008). The National Curriculum since 1988: Panacea or Poisoned Chalice. *Forum*. Vol. 50, No. 3. PP. 337-342. Retrived at www.words.co.uk/forum

4. Lott, J. W. & Nishimura, K. (2005). *Standards & Curriculum: A View from The Nation. A Joint Report by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) and the State Supervisors of Mathematics (ASSM)*. NCTM Publications.

5. Reid, W. A. (2000). Curriculum as an Expression of National Identity. *Journal of Curriculum and Supervision*. Vol. 15. No. 2, 113-122.

6. White, J. (2008). The Aims of School Education. Retrived at www.ippr.org

منافع و دام‌های شیء انگاری

قسمت دوم

آنا اسفارد و لیلا لینچوسکی

ترجمه: زهرا کامیاب، دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی
امیر حسین اصغری، دانشگاه شهید بهشتی

کلیدواژه‌ها: جبر مدرسه‌ای، شیء انگاری مفاهیم، تفکر جبری.

اشاره

در بخش نخست این مقاله، که در شماره‌ی ۹۹ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی به چاپ رسید، نخست به معرفی جبر از دیدگاه نظریه‌ی شیء انگاری مفاهیم، پرداخته شد، سپس برای تجزیه و تحلیل‌های منطقی، هستی‌شناختی و تاریخی، جبر و توسعه‌ی آن مورد بررسی قرار گرفت. اینک در بخش دوم، به بررسی رشد تفکر جبری از دیدگاه روان‌شناسی و به عنوان دنباله‌ای از انتقال‌های همواره رو به پیشرفت، از نگاه عملیاتی به ساختاری می‌پردازیم. در این خصوص بر دو انتقال، تمرکز شده است: انتقال از جبر عملیاتی محض به جبر ساختاری از یک مجهول و سپس به جبر تابعی (از یک متغیر). در این شماره، انتقال از جبر عملیاتی محض به جبر ساختاری مورد بررسی قرار می‌گیرد و در شماره‌ی بعدی، انتقال به جبر تابعی و پس از آن، دشواری‌هایی که یادگیرندگان در این نقاط اتصال تجربه می‌کنند، با استفاده از داده‌های تجربی بیش‌تری که از دامنه‌ی وسیعی از منابع به دست آمده، شرح داده خواهد شد.

۳. رشد تفکر جبری - دیدگاه روان‌شناسانه

۱.۳. ملاحظات مقدماتی: توانمندی در جبر، از

تغییر پذیری و انطباق پذیری در تفسیر نمادها

در گزارش تاریخی که در قسمت قبلی مقاله ارائه شد، نشان داده شد که رشد دنباله‌ای از رویکردهای ممکن نسبت به جبر و ساخت‌های نمادین آن، هزاران سال طول کشید. امروزه برای حل

یک مسئله‌ی کوچک از یک کتاب استاندارد، غالباً یادگیرنده باید به همه‌ی دیدگاه‌های متفاوت متوسل شود؛ مثال جدول (۳) راه پرپیچ و خمی را نشان می‌دهد که فرد باید برای حل معادله‌ی پارامتری که در مقدمه‌ی این مقاله بحث شد، طی کند. مسئله حل کن، بین رویکرد عملیاتی و ساختاری و بین یک تفسیر ساختاری و تفسیری دیگر نوسان می‌کند.

برخی مثال‌ها از نوسان فرایند - شیء در حل مسئله‌های جبری در «زندگی واقعی» در مسکوپیچ^۱ و همکاران (۱۹۹۲) آمده است. گری^۲ و تال^۳ (۱۹۹۱) به پدیده‌ی مشابهی در حساب اشاره می‌کنند. میسن^۴ (۱۹۸۹) وقوع مکرر و اهمیت یک جابه‌جایی ظریف را مورد ملاحظه قرار می‌دهد: «جابه‌جایی در دیدن یک عبارت [جبری] به عنوان عبارتی برای تعمیم و دیدن همان عبارت به عنوان یک شیء یا خاصیت». همه‌ی محققین توافق دارند «انعطاف‌پذیری [دیدگاه] نشانه‌ای از توانمندی است» (مسکوپیچ و همکاران، ۱۹۹۲). در ادامه با استفاده از نظریه‌ی شیء انگاری مفاهیم علت این مسئله به طور خلاصه بیان می‌شود (برای درک بهتر این موضوع، اسفارد، ۱۹۸۷، ۱۹۹۱، ۱۹۹۲ را ببینید). شیوه‌ی عملیاتی تفکر، اعمالی را که برای حل مسئله‌ی دم دست باید انجام شود، دیکته می‌کند؛ در حالی که رویکرد ساختاری، اطلاعات را متراکم می‌کند و دید فرد را وسیع‌تر می‌سازد. اشیاء مجرد هم‌چون نشانه‌هایی خواهند بود که با کمک آن‌ها فرایند حل مسئله هدایت می‌شود. از آن‌جایی که جهش از شیوه‌ی عملیاتی به شیوه‌ی ساختاری تفکر به معنای انتقال از پر - جزئیات و پراکنده به عمومی و مختصر است - از پای یک کوه به بالای کوه - طبیعی است که با افزایش توانایی دانش‌آموز در انجام تکالیف دم‌دست همراه باشد.

جدول ۳

نوسان بین رویکردها هنگام حل مسئله‌ی جبری

مسئله: برای چه مقادیری از پارامترهای p و q ، معادله $(p+2q)x^2 + x = 5x^2 + (3p-q)x$ به ازای هر مقدار x برقرار است؟	
یک راه حل ممکن:	
رویکرد به کار رفته	یک گام در راه حل (تصمیم، عملیات)
۱. در اینجا فرمول به عنوان خانواده‌ای از توابع تفسیر شده است (فرد ممکن است دو سهمی را در نظر بگیرد و پرسید برای چه p و q این دو منحنی یکدیگر را قطع می‌کنند).	۱. هر یک از فرمول‌ها، خانواده‌ای از توابع درجه دوم را نمایش می‌دهد. تکلیف، پیدا کردن اعضای از این دو خانواده است که با یکدیگر مساوی هستند. دو تابع چند جمله‌ای مساوی هستند اگر ضرایب توان‌های یکسان x مساوی باشند. بنابراین، برای پاسخ دادن به سؤال باید دستگاه معادلات زیر را حل کنیم: $\begin{cases} p+2q=5 \\ 3p-q=1 \end{cases}$
۲. تفسیر اول: $p+2q=5$ به عنوان رشته‌ای از نمادها در نظر گرفته می‌شود که باید براساس قواعد، مورد دست‌ورزی قرار گیرند. تفسیر دوم: $p+2q$ یک عدد است؛ تفریق $2q$ (که آن هم یک عدد است) از $p+2q$ و 5 ، تساوی را حفظ می‌کند.	۲. با حل معادله‌ی اول نسبت به p شروع می‌کنیم: $\begin{cases} p=5-2q \\ 3p-q=1 \end{cases}$
۳. $5-2q$ به عنوان یک عدد در نظر گرفته می‌شود (نتیجه‌ی فرایندی که نمایش می‌دهد).	۳. در دومین معادله $5-2q$ را جایگزین p می‌کنیم: $\begin{cases} p=5-2q \\ 3(5-2q)-q=1 \end{cases}$
۴. فرمول‌ها به عنوان رشته‌ای از نمادها در نظر گرفته می‌شوند و براساس قواعد، دست‌خوش عملیات‌های صوری می‌گردند.	۴. دومین معادله را نسبت به q حل می‌کنیم: $\begin{aligned} 3(5-2q)-q &= 1 \\ 15-6q-q &= 1 \\ 15-7q &= 1 \\ -7q &= -14 \\ q &= 2 \end{aligned}$
۵. عبارت $5-2q$ ، تبدیل به $5-2 \times 2$ می‌شود و به عنوان فرایند محاسباتی تفسیر می‌شود.	۵. در اولین معادله، 2 را جایگزین q می‌کنیم و مقدار p را محاسبه می‌کنیم: $p = 5 - 2 \times 2 = 5 - 4 = 1$
۶. به دیدگاه تابعی برمی‌گردیم.	۶. پاسخ را فرمول‌بندی می‌کنیم (توابع $(p+2q)x^2 + x$ و $5x^2 + (3p-q)x$ مساوی هستند اگر و فقط اگر $p=1$ و $q=2$).

انطباق‌پذیری دیدگاه. به نظر می‌رسد این دو پارامتر کاملاً مستقل باشند. فرد در شرایط معین ممکن است یک عبارت را به عنوان یک فرایند درک کند، در زمینه‌ای دیگر آن را به عنوان نتیجه‌ی این فرایند

در این جا به مفهوم انعطاف‌پذیری که به معنای منبعی برای توانمندی است، نگاه دقیق‌تری داریم. این ویژگی خاص تفکر جبری، تابعی از دو متغیر است: تغییرپذیری تفاسیر در دسترس و

فرد در شرایط معین ممکن است یک عبارت را به عنوان یک فرایند درک کند، در زمینه‌ای دیگر آن را به عنوان نتیجه‌ی این فرایند و حتی در موقعیت دیگر به عنوان یک تابع در نظر بگیرد

و حتی در موقعیت دیگر به عنوان یک تابع در نظر بگیرد. بنابراین، می‌توان گفت، تغییرپذیری نگاه او کاملاً مؤثر است، اما لزوماً به این معنا نیست که فرد می‌تواند دیدگاهش را با تکلیف دم‌دست منطبق کند. اگرچه چنین انطباقی گاهی به آرامی و نامحسوسی انطباق چشم با تغییر یک منظره است. در شرایط معین ممکن است به همان دشواری تناوب بین درک‌های متفاوت از مکعبی باشد که در یک تصویر دوبعدی نمایش داده شده است. به عنوان مثال، فرد ممکن است به خوبی آگاه باشد که اصولاً عباراتی مانند $x^2 + (p+2q)x$ و $5x^2 + (3p-q)x$ می‌توانند توابع را نمایش دهند، اما این تفسیر خاص، هم‌زمان با حل مسئله‌ی ارائه شده در جدول (۳) به ذهنش خطور نکند. بنابراین، بررسی تغییرپذیری بالقوه در تصور دانش‌آموزان، برای رسیدن به ارزیابی خوبی از توانایی جبری آن‌ها کافی نیست. انطباق‌پذیری دیدگاه آن‌ها نیز به همان اندازه مهم است و باید مورد آزمون قرار گیرد.

این یکی از فرضیات نظری اساسی ماست که مجموعه‌ی دیدگاه‌های در دسترس دانش‌آموزان به تدریج رشد می‌کند و تقریباً مسیر منطقی - تاریخی ارائه شده در جدول (۲) را طی می‌کند (به بخش اول مقاله در شماره‌ی ۹۹ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی مراجعه کنید). ساختار سلسله‌مراتبی جبر و تفاسیر متفاوت آن این فرضیه را نسبتاً قابل قبول می‌سازد. یک پرش مستقیم، مثلاً از روی یک شکاف عمیق که جبر تابعی را از جبر عملیاتی جدا می‌کند، ممکن است منجر به شکسته شدن استخوان‌ها شود. در بحثی که در ادامه می‌آید، تمرکزمان بر دو نقطه‌ی اتصال اساسی در جبر مدرسه‌ای خواهیم گذاشت: اولاً، انتقال از مفاهیم صرفاً عملیاتی یک فرمول نمادین به تفسیر دوگانه‌ی فرایند - نتیجه (از خانه‌ی ۱.۱.۱. به ۱.۲.۱. در جدول (۲)؛ ثانیاً، گذر از این‌جا به رویکرد تابعی را بررسی خواهیم کرد (به خانه‌ی جدول ۱.۲.۱). تلاش خواهیم کرد در پایان این دو مرحله چه قدر برای دانش‌آموز دشوار است و چه پدیده‌هایی نشانه‌های این دشواری‌هاست. در بخش آخر، نگاهی به حاصل نهایی تحصیلات خواهیم داشت و پرسش تغییرپذیری و انطباق‌پذیری مفاهیمی که معمولاً دانش‌آموزان با آن مدرسه را ترک می‌کنند، مورد توجه قرار خواهد گرفت.

۲.۳. به سمت دیدگاه ساختاری

اگرچه بررسی‌های قبلی از چارچوب مفهومی یکسانی نشأت

نگرفته‌اند، زمانی که یافته‌های آن‌ها با یکدیگر ترکیب می‌شوند و از طریق لنز نظریه‌ی شیء‌انگاری مفاهیم بازآزمایی می‌شوند، غالباً به بینش جدید و تصویر جامع‌تری از یادگیری رهنمون می‌شوند. برای این‌که این بینش را قوی‌تر سازیم، آن‌ها را با نمونه‌ای از مصاحبه‌ها و مشاهدات تقویت می‌کنیم. ما این مشاهدات و مصاحبه‌ها را با دانش‌آموزانی از سنین مختلف و با توانمندی‌های متفاوت انجام دادیم. مصاحبه‌ها بر فرمول‌های گزاره‌ای (معادله، نامعادله) تمرکز دارند. مصاحبه‌کنندگان شامل سه گروه بودند:

گروه ۱: شش دانش‌آموز سال‌های ششم و هفتم (۱۲-۱۳ ساله) با توانایی متوسط و کمی بالاتر از متوسط. زمانی که ما اولین بار آن‌ها را مشاهده کردیم، با مفهوم یک عبارت جبری آشنا بودند، اما با مفهوم معادله آشنا نبودند؛

گروه ۲: چهار دانش‌آموز سال نهم (۱۴-۱۵ ساله) با توانایی بالاتر از متوسط که تصور می‌شد در جبر پایه شامل معادلات خطی و درجه‌ی دوم و نامعادلات خطی متبحر باشند و با مفهوم تابع به طور کلی و توابع خطی به طور خاص آشنا باشند؛

گروه ۳: چهار دانش‌آموز سال دهم (۱۵-۱۶ ساله) با توانایی بالاتر از متوسط که تجارب طولانی مدتی در زمینه‌های مختلف جبر شامل هندسه‌ی تحلیلی و حساب دیفرانسیل و انتگرال داشتند (بنابراین می‌توانستیم انتظار داشته باشیم به خوبی با رویکرد تابعی آشنا باشند).

تحقیق دیگری نیز انجام شد. بعد از این‌که به هر کدام از دانش‌آموزان گروه ۱ آموزش داده شد که معادلات خطی از نوع $ax + b = cx + d$ را حل کنند، از آن‌ها خواسته شد در توضیح مطلب برای هم‌کلاسی‌شان که کل موضوع معادلات برایش کاملاً جدید بود، کمک کنند. به این طریق، ما انتظار داشتیم درجه‌ی دیگری به تفکر دانش‌آموزان باز کنیم. ما باور داشتیم، از آن‌جایی که لزوم متقاعد کردن یک فرد کم‌سواد نیروی انگیزشی قوی‌ای ایجاد می‌کند، لذا گوش دادن به توضیحات دانش‌آموزان برای سایر دانش‌آموزان نسبت به پرسیدن سؤالات مستقیم یک شیوه‌ی قوی‌تر تحقیق است. همه‌ی مصاحبه‌ها و جلسات تدریس ضبط ویدیویی و صوتی شد.

باید تأکید کرد که مقاله‌ی حاضر به هیچ وجه نه یک گزارش نظام‌مند از تحقیق بالاست و نه تلاشی برای ارائه‌ی قابل درکی از همه‌ی نتایج آن. مصاحبه‌های ما بخش کوچکی از یک مطالعه‌ی با مقیاس بزرگ است که خود در جای دیگری ارائه خواهد شد. در این جاقط نمونه‌های منتخبی را به کار می‌بریم که پیغام ما را به وضوح بیان می‌کنند.

۱.۲.۳. گام اول: به سمت جبر مقدار ثابت (باز شناخت

دوگانگی فرایند - نتیجه). چون انتقال از دیدگاه عملیاتی محض به تفسیر دوگانه‌ی فرایند - نتیجه از فرمول‌های جبری، در نزدیکی نقطه‌ای که در آن حساب با جبر تلاقی می‌کند، رخ می‌دهد، بیش‌تر داده‌هایی را که با این موضوع مرتبط هستند را می‌توان در تحقیقاتی که به این نقطه‌ی اتصال مهم اختصاص داده شده‌اند یافت. در خلاصه‌ی مختصری که در ادامه می‌آید و با مشاهدات ما غنی شده است، تلاش خواهیم کرد بفهمیم انتقال از جبر عملیاتی به جبر ساختاری یک مقدار ثابت چگونه خودش را در رفتار دانش‌آموز نشان می‌دهد. با داشتن این هدف در ذهنمان، درک اولیه‌ی دانش‌آموز از فرمول‌ها، علامت تساوی و معادلات را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم.

این یکی از فرضیات اولیه‌ی ما است که یک مفهوم عملیاتی به طور طبیعی بر مفهوم ساختاری مقدم است. یافته‌هایی که ما و سایر محققین به دست آوردیم، حمایت‌های قوی‌ای برای این فرضیه تدارک می‌بیند: به نظر می‌رسد، حتی بدون دخالت مستقیم معلم، یادگیرندگان در ابتدا عبارات جبری را به عنوان فرایندهای محاسباتی تفسیر می‌کنند. مثال‌های بسیاری وجود دارد که این نکته را روشن می‌سازد. آن‌چه در ادامه می‌آید یکی از این مثال‌هاست.

اگر به دقت به زبانی که دانش‌آموزان به کار می‌برند، گوش دهیم، معمولاً ملاحظه می‌شود، روشی که بسیاری از دانش‌آموزان در ابتدا به عبارات جبری ارجاع می‌دهند، بر نگاه عملیاتی آن‌ها دلالت می‌کند. این را می‌توان در مصاحبه‌هایی که بوت^۵ (۱۹۸۸، ص ۲۱) نقل قول کرده است، دید. به عنوان مثال، مصاحبه‌گر از کودکی می‌خواهد، طول مسیر فضایی را که از γ قطعه با طول ۱۱ سال نوری تشکیل شده، بنویسد. کودک چنین می‌گوید: «چه باید بنویسم، چه باید انجام دهم؟» بعد از این که او در نهایت فرمول $11 \times \gamma$ را طرح ریزی می‌کند، به مصاحبه‌گر اعلام می‌کند که: «چی، همه‌اش همین بود؟ پس چرا نگفتید؟ من فکر می‌کردم شما یک پاسخ می‌خواستید.» برای این کودک، عبارت، فقط دستورالعملی برای مقدار مورد جست‌وجو است نه خود مقدار. در تجارب تدریس‌مان با گروه ۱، بارها ارجاعاتی به عبارات جبری مانند «این تمرینی است که باید انجام شود» را مشاهده کردیم، حتی یک دانش‌آموز توضیح داد، این «شیء» (مثلاً $8x$) چیست که باید آن را از دو طرف یک معادله کم می‌کرد. بخشی از مکالمه‌ی بین مصاحبه‌گر (I) و دانش‌آموز گروه ۱، آیالا (A) که در ادامه می‌آید به طور ویژه‌ای آگاهی‌دهنده است زیرا نشان می‌دهد، فرمول‌های جبری از حساب به ارث برده می‌شوند. آیالا تلاش می‌کرد توضیح دهد، چگونه دوستش ایرت یک معادله را حل کرد.

I: چگونه ایرت از این $[15x = 8x + 35]$ به این $[7x = 35]$

رسید؟

A: او یک تمرین^۶ را کم کرد، ۸ برابر x ، او این را از طرف دیگر معادله هم کم کرد.

I: وقتی می‌گی «تمرین» منظور چیست؟

A: ۸ برابر x یک تمرین است، این کاری است که شما باید انجام دهید. او این تمرین را برمی‌دارد. این مانند این است که شما $3+4=1+2+4$ را داشته باشید. شما می‌توانید ۳ را بردارید و در نتیجه در طرف دیگر شما «یک به اضافه‌ی دو» را برمی‌دارید.

I: $1+2$ یک تمرین است و ۳ یک تمرین نیست؟

A: ۳ یک عدد است و نتیجه‌ی یک تمرین است. این [به $1+2$ اشاره می‌کند] تمرین است و $8x$ یک تمرین است و $15x$ یک تمرین است. ما یک تمرین یکسان را از دو طرف کم می‌کنیم تا آن‌چه باقی می‌ماند، یکسان باشد.

(توضیحات آیالا نشان می‌دهد او تا حدودی نیمه‌ی راه بین نگاه عملیاتی و ساختاری است: او قبلاً عبارات جبری را مثل این که شیء باشند، مورد دست‌ورزی قرار داده است، اما زبانی که به کار می‌برد، هنوز عملیاتی است.)

اعتقاد راسخ به این که یک فرمول چیزی غیر از فرایندی که منتظر انجام شدن است، نیست، مسئول چیزی است که کالیس^۷ (۱۹۷۴) ناتوانی برای پذیرفتن عدم وجود بستر می‌نامد که همان مشکل دانش‌آموز با عبارات پیچیده‌ای است که با علامت تساوی و با «نتیجه‌ی» محاسبه که در طرف دیگر این علامت آمده است، دنبال نمی‌شوند (کال^۸ و هرسکویچ^۹، ۱۹۸۸ را ببینید). این ناتوانی ممکن است علت نتیجه‌ی مهمی باشد که در مطالعه‌ی ملی انگلیسی در مورد ۱۵ ساله‌ها به دست آمد (همان‌طور که بل^{۱۰}، ۱۹۹۲ نقل قول کرده است): یک شکاف وسیع در عملکرد دانش‌آموزان در مسائلی که به نظر می‌رسد خیلی متفاوت نیستند، مشاهده شد. مسائل: «اگر $45 = 7 + 2x$ باشد، x چند است؟» و «اگر $A = L \times B$ به ما بگوید A چگونه محاسبه می‌شود؟» میزان موفقیت در این دو سؤال به ترتیب ۷۳٪ و ۳۹٪ بود. تفاوت چشمگیر ممکن است احتمالاً به این حقیقت نسبت داده شود که در مسئله‌ی دوم که در آن بعضی از حروف نقش پارامترها («معلوم‌ها») را ایفا می‌کنند، نتیجه‌ی نهایی (مقدار L) باید به وسیله‌ی یک فرمول و نه یک عدد نمایش داده شود. این برای آن‌هایی که یک عبارت جبری فقط یک فرایند است، غیرقابل پذیرش است (همان‌طوری که حتی برای دیوفانتوس^{۱۱} بود. او از به کار بردن فرمول‌ها برای نمایش محاسبات واسطه‌ای خودداری نکرد، اما آن‌ها را برای نتیجه‌ی نهایی به کار نبرد). دشواری‌های مشابهی توسط «گی» یک دانش‌آموز ۱۵ ساله

این یکی از فرضیات اولیه‌ی ما است که یک مفهوم عملیاتی به طور طبیعی بر مفهوم ساختاری مقدم است

به نظر می‌رسد، حتی بدون دخالت مستقیم معلم، یادگیرندگان در ابتدا عبارات جبری را به عنوان فرایندهای محاسباتی تفسیر می‌کنند

واقع، به نظر می‌رسد، کودکان هیچ تردیدی در مورد حل مسائل کلامی به کمک زنجیره‌ای از تساوی‌های غیرمتعدد نداشته باشند. به عنوان مثال، زمانی که پرسیده می‌شود «بعد از این که شما ۳ مرتبه ۴ تیله بردید و ۵ مرتبه ۲ تیله بردید، شما چند تیله دارید؟» کودک غالباً می‌نویسد:

$$3 \times 4 = 12 + 5 \times 2 = 12 + 10 = 22$$

(ورگناد^{۱۵} و همکاران، ۱۹۷۹ را ببینید). رویکرد «یک طرفه» و نامتقارن به علامت تساوی، نشانه‌ای از دیدگاه عملیاتی در مورد جبر است. این رویکرد در داستان کوتاهی که در ادامه می‌آید، قویاً آشکار می‌شود. این ماجرا بین دانش‌آموزی به نام دنا از گروه ۱ و دوست او دانش‌آموزی به نام زر اتفاق می‌افتد. اگرچه زر موفق شد معادله‌ی $7x + 157 = 248$ را حل کند، زمانی که مثال بعدی، $47 = 12x + 112$ ارائه شد، او گیج و سردرگم بود. در حالی که مشاهده‌گر گیج شده بود، دنا فوراً برای کمک به زر دلیلی ارائه کرد. او گفت: «او نمی‌داند چه کاری انجام دهد، زیرا ترتیب معادله او را گیج می‌کند، این شبیه آن چیزی نیست که باید باشد».

خودانگیزگی نگاه عملیاتی زمانی آشکار می‌شود که می‌بینیم بسیاری از کودکان به آسانی با معادلات ساده‌ی خطی به شکل $ax + b = c$ کار می‌کنند. همان‌طوری که بارها در مطالعات مختلف ملاحظه شده است (به عنوان مثال کیپرن، ۱۹۸۸، ۱۹۹۲، فیلی^{۱۶}، رُجانو^{۱۷}، ۱۹۸۹ را ببینید)، برای کودکان به طور شهودی روشن است که برای حل کردن این نوع مسئله، فرد فقط باید آن‌چه را که برای مجهول انجام شده است، «برعکس»^{۱۸} انجام دهد. ما مثال‌های بسیاری از چنین معکوس‌سازی‌های خود به خودی محاسبات، در اولین مصاحبه‌ها با دانش‌آموزان گروه ۱ مشاهده کردیم. داستان کوتاه بعدی یکی از آن‌هاست. زمانی که با اسنیر مصاحبه شد، او چیزی در مورد معادلات نمی‌دانست. مصاحبه‌کنندگان به او یادآور شدند که در معادله‌ای مانند $7x + 157 = 248$ ، $7x$ به معنای ۷ برابر x است و بدون هیچ توضیحات بیش‌تری از او خواستند مسئله را حل کند. اسنیر فوراً نتیجه گرفت: «در این جا من باید عددی را پیدا کنم که ۷ برابر این

(گروه ۲) تجربه شد. این دشواری‌ها زمانی رخ داد که او تلاش می‌کرد عبارت $-x - kx = -2$ را ساده کند. اگرچه گوی قبلاً دو سال جبر را پشت سر گذرانده بود و توسط همه‌ی معلمان گذشته و فعلی‌اش به عنوان دانش‌آموز مستعد در ریاضی مورد توجه قرار گرفته بود، اما او نمی‌توانست از عهده‌ی مسئله برآید. هیچ ایده‌ای به ذهنش نمی‌رسید.

I: نمی‌توانی $kx - x$ را به روش دیگری نمایش دهی؟
G: نه. در این جا یک ضرب داریم، kx ، پس چه کاری می‌توانم انجام دهم؟
I: آگه بنویسم $3x - x$ ، می‌توانی کاری انجام دهی؟
G: $3x - x$ ؟ $2x$ است.
I: بنابراین، مشابه $kx - x$ نیست؟
G: اما این ... اما این کار نمی‌کند ... من مقدار k را نمی‌دانم.
I: پس چه؟
G: پس چه می‌توانم بنویسم؟ $k - x$ ؟
I: در این جا چه کاری روی $3x - x$ انجام دادی تا به $2x$ برسی؟ چه کاری روی ۳ انجام دادی؟
G: ۱ را کم کردم.
I: بنابراین؟
G: بنابراین چه؟ من می‌توانم یک را بردارم؟ نمی‌دانم ... اگر من ۱ را از k کم کنم، به همان اندازه سردرگم می‌شوم. مثل این که این بود ... ببینید، من نمی‌دانم چه طوری آن را بنویسم.
I: در $3x - x$ یک را از ۳ کم کردی و نتیجه را در x ضرب کردی، درست؟ در $kx - x$ یک را از k کم کن و ...
G: ضرب در x ... اما چه طوری یک را از k کم کنم؟ چه طوری آن را بنویسم؟ $k - 1$ ؟

جای تعجب نیست زیرا زمانی که عبارات جبری به عنوان فرایندهای درک می‌شوند نه اشیاء، علامت تساوی به عنوان «علامت انجام دادن چیزی» تفسیر می‌شود (بر^{۱۲} و همکاران، ۱۹۸۶؛ کیپرن^{۱۳}، ۱۹۸۱) نه به عنوان نمادی برای یک رابطه‌ی ایستا^{۱۴}. عبارت سمت چپ یک فرایند است، در حالی که عبارت سمت راست باید یک نتیجه باشد. بار دیگر، به نظر می‌رسد این ایده از حساب آمده باشد، جایی که علامت « $=$ » به عنوان نشانی است برای اجرای یک «برنامه» که در سمت چپ این نماد ظاهر می‌شود. این دقیقاً همان شیوه‌ای است که کلید « $=$ » را در ماشین‌های حساب دستی به کار می‌بریم. این واقعیت، این نگاه را تقویت می‌کند. در این جا، علامت تساوی به عنوان یک فرمان «اجرا» به کار می‌رود. زمانی که نماد تساوی به این شکل تلقی شود، ویژگی‌های اصلی یک گزاره‌ی هم‌ارزی را از دست می‌دهد: دیگر متقارن یا متعددی نمی‌شود. در

محققین کشف کردند در حالی که راه حل معادله‌ای به شکل $ax + b = c$ به طور شهودی برای بسیاری از دانش آموزان در دسترس است، معادله‌ای با مجهولی که در دو طرف معادله ظاهر می شود مانند $ax + b = cx$ یا $ax + b = cx + d$ ، آشکارا مشکل ایجاد می کند

مرزی بین جبر عملیاتی و ساختاری ادامه دارد. تا زمانی که فقط معادلات حسابی مورد توجه قرار می گرفت، نیازی نبود نگاه دوگانه‌ی فرایند- نتیجه را داشته باشیم. عملیات‌های محاسباتی و نتایج آن‌ها به وسیله‌ی یک علامت تساوی مجزا باقی می ماند و هر طرف معادله هویت هستی شناسانه‌ی خودش را حفظ می کرد- به ترتیب یک فرایند و یک شیء. این تقسیم نقش‌ها در معادلات غیرحسابی اعتبار ندارد. انتظار می رود، عبارت سمت راست، نتیجه‌ی عبارت سمت چپ باشد که در حقیقت یک فرایند است. بدون نگاه دوگانه که عبارت آخر را به یک شیء تبدیل می کند، معادله معنایی نمی دهد. این موضوع به وضوح در مکالمه‌ی نوعی که در ادامه می آید، دیده می شود. این مکالمه از مصاحبه با اسنیر گرفته شده است. اسنیر یک دانش آموز ۱۳ ساله با توانایی بالای متوسط (گروه ۱) است. او برای اولین بار با معادله‌ی غیرحسابی $15x + 12 = 8x + 47$ روبه رو شد.

S: باید چیزی یافت ... زمانی که من ۱۵ را در عددی ضرب می کنم و ۱۲ را به آن اضافه می کنم، مثل این است که ۸ برابر آن عدد را به ۴۷ اضافه کنم. بیایید با معادله‌ی ساده تری شروع کنیم. در این جا ۳ برابر و ۱ برابر [در سمت راست می نویسد ۳ در X و در سمت چپ می نویسد ۱ در X]. نه این نیست ... من نمی دانم. I: وقتی یک معادله را حل می کنی، به دنبال چه می گردی؟ S: ما باید دو چیز را پیدا کنیم. چیزی که وقتی آن را ضرب می کنیم یا تقسیم می کنیم ... فرق نمی کند ... مساوی با چیز دیگر باشد. باید شیوه‌ی مساوی کردن آن‌ها را پیدا کرد، در این جا دو معادله وجود دارد.

نکات زیادی را می توان از این مکالمه‌ی کوتاه آموخت. برای اسنیر دشوار بود معنای معادله‌ای را بفهمد که برای او مانند «دو معادله» به نظر می رسید، دو فرایندی که منتظر انجام شدن هستند، در حالی که رابطه‌ی بین آن‌ها به هیچ عنوان آشکار نیست (در این مورد، آيالا گفت در این جا «دو تمرین» وجود دارد). در این جا معنای علامت تساوی کاملاً برای فرد با تجربه روشن است، در حالی که برای مبتدی اصلاً روشن نیست: چه جنبه‌هایی از دو فرایند باید یکسان باشند؟ شیئی که روی آن عمل می شود؟ شیئی که به دست می آید؟ یا هر دوی آن‌ها؟ خیلی جالب بود که برای اسنیر یکسان بودن نتایج مورد نیاز آشکار بود در حالی که برای او اعدادی

عدد به اضافه‌ی ۱۵۷، ۲۴۸ است. در ابتدا، ۲۴۸ منهای ۱۵۷ می شود ۹۱. حال ۷ برابر عدد ... ۹۱ تقسیم بر ۷ می شود ۱۳. عدد ۱۳ است». ارایه‌ی لفظی اسنیر، بر ویژگی عملیاتی جبر او تأکید می کند.

همه‌ی مشاهدات بالا به خط سیر یکسانی اشاره می کنند: نگاه عملیاتی در جبر اساسی است و رویکرد ساختاری فوراً رشد نمی یابد. علاوه بر این، همان طوری که در طرح تاریخی مان نشان دادیم و آن را با بحث‌های نظری تقویت کردیم، یک دشواری ذاتی در ایده‌ی دوگانگی فرایند- شیء وجود دارد- دستورالعملی که باید به عنوان نمایش دهنده‌ی نتیجه‌ی خودش هم در نظر گرفته شود. نمی توان انتظار داشت این دشواری بدون تلاش از بین برود.

دیویس^{۱۹} (۱۹۷۵) احتمالاً یکی از اولین نویسندگانی بود که اهمیت آن چه را در ادبیات موضوع به عنوان «مسئله‌ی غامض نام- فرایند»^{۲۰} شناخته می شود، درک کرد (در حقیقت، اصطلاح «مسئله‌ی غامض فرایند- نتیجه»^{۲۱} مناسب تر به نظر می رسد، زیرا نشانه‌ای وجود ندارد که دانش آموز بین نام یک شیء و خود آن شیء تمایز قائل می شود؛ ضمناً، ناتوانی برای جدا کردن یک علامت از آن چیزی که بر آن دلالت می کند (دلالت شده^{۲۱}) ممکن است یکی از دلایلی باشد که نشان می دهد چرا رسیدن به دوگانگی عبارات جبری تا این حد دشوار است). دیویس به آن چه که تا به حال توسط اکثریت معلمان مورد بی توجهی قرار گرفته، اشاره می کند: ایده‌ی دوگانگی، بدیهی نیست و ممکن است برای یک دانش آموز گیج کننده باشد.

یک دلیل متقاعدکننده‌ی این دشواری احتمالاً پدیده‌ی «انقطاع آموزشی»^{۲۲} در یادگیری حل معادلات است که توسط فیلی و رجانو (۱۹۸۵، ۱۹۸۹) مورد توجه قرار گرفت و توسط دیگران (به عنوان مثال، هرسکوویچ و لینچوسکی، ۱۹۹۱، ۱۹۹۳) تأیید شد. این محققین کشف کردند در حالی که راه حل معادله‌ای به شکل $ax + b = c$ به طور شهودی برای بسیاری از دانش آموزان در دسترس است، معادله‌ای با مجهولی که در دو طرف معادله ظاهر می شود مانند $ax + b = cx$ یا $ax + b = cx + d$ ، آشکارا مشکل ایجاد می کند. از آن جا که در معادله‌ی قبلی، علامت تساوی مانند حساب عمل می کند- عملیات در یک طرف و نتیجه در طرف دیگر- آن‌ها آن را «حسابی»^{۲۳} نامیدند.

براساس ادعاها و فرضیات عمومی ما، دشواری آشکار در این نقطه‌ی خاص یادگیری تعجب آور نیست. انقطاع در سرتاسر خط

که برای آن‌ها این تساوی باید برقرار باشد، متفاوت بودند. در حقیقت، او به دنبال دو مقدار در دو طرف معادله بود. ما در ابتدا از این تفسیر متحیر بودیم و حتی این زمانی بیش تر شد که رویکرد غیرقابل انتظار یکسانی در تقریباً همه‌ی مصاحبه‌های دانش‌آموزان گروه ۱ و دانش‌آموزان همتای آن‌ها مشاهده کردیم. این پدیده، شگفت‌آور به نظر می‌رسید زیرا در این مرحله از یادگیری، دانش‌آموزان این قرارداد را می‌دانستند که یک حرف در مکان‌های متفاوت در یک عبارت مفروض بر عدد یکسانی دلالت می‌کند. به نظر می‌رسد این اصل در مواجهه با یک معادله که نمی‌توان آن را براساس دانش قبلی تفسیر کرد، فرو می‌ریزد (همان‌طوری که هرسکویچ و لینچوسکی، ۱۹۹۱ می‌گویند، مسئله‌ی تفسیر دوتایی ممکن است به سادگی با بیان روشن قرارداد مرتبط با واقع شدن‌های متفاوت یک حرف یکسان در یک معادله‌ی مفروض حل شود؛ با این وجود، ما دریافتیم که با وجود آموزش قبلی، چنین قراردادی به طور خودبه‌خود به ذهن دانش‌آموز خطور نمی‌کند).

دشواری معادلات غیرحسابی زمانی که چنین معادله‌ای باید حل شود، از این هم آشکارتر است. در این جا تکنیک «برعکس انجام دادن» دیگر کار نمی‌کند. مفهوم ساختاری یک فرمول جبری یک پیش‌نیاز برای درک استراتژی‌ای است که باید به کار رود. این استراتژی، اضافه کردن، کم کردن، ضرب کردن و تقسیم کردن دو طرف با یک عبارت یکسان است. در واقع، این ایده را فقط کسانی می‌پذیرند که برای آن‌ها دو طرف معادله و عبارت‌هایی که روی دو طرف عمل می‌کنند، اشیاء هستند و علامت تساوی یک نماد هم ارزی است. برای آن‌ها که نشان دهیم این وضعیتی نیست که همیشه مشاهده شود، مکالمه‌ی کوتاه بین دنا و زر، دو دانش‌آموز گروه ۱ در ادامه می‌آید:

D: [برای حل کردن $15x = 8x + 35$ را از دو طرف کم کن.

Z: اما نمی‌دانم $8x$ چند است، پس چگونه می‌توانم آن را کم کنم؟ ... من حتی نمی‌دانم آیا x ‌ها در دو طرف یکی هستند یا نه؟

اظهارات زر و جملات مشابه سایر دانش‌آموزان، تردید اندکی برای وجود منبعی از دشواری که آن‌ها در این نقطه تجربه می‌کنند، باقی می‌گذارد. دانش‌آموزان قادر نبودند یک فرمول را هم چون نمایشی از یک شیء آماده درک کنند. برای آن‌ها فرمول هنوز یک فرایند بود. یک فرایند چگونه می‌تواند از فرایند دیگر کم شود؟ (در حقیقت، بیانات آیالا که در بالا نقل قول شد به این مطلب اشاره دارد که بعضی از دانش‌آموزان ممکن است با ایده‌ی «عملیات حساب»^{۲۴} روی فرایندها، کنار بیایند؛ پرسشی که هنوز باقی است

این است که آیا این نوع ادراک حقیقتاً سازگار و مؤثر است؟ آخرین نکته‌ای که باید در این بخش مطرح کنیم، حل مسائل کلامی با به کار بردن معادلات است. معادله نیاز به توقف محاسبات واقعی برای توصیف ایستای روابط بین کمیت‌ها دارد. این رویکرد مطابق با دیدگاه صرفاً عملیاتی نسبت به جبر نیست.

علاوه بر این، شیوه‌ی بیانی - ساختاری^{۲۵} نمایش جبری - ترتیبی را که در آن عملیات‌ها باید برای پیدا کردن «پاسخ» انجام شوند، معکوس می‌کند. این‌ها ممکن است نشان دهد که چرا در بسیاری از مطالعات حتی دانش‌آموزان خیلی خوب شیوه‌ی لفظی - عملیاتی حل مسایل کلامی را نسبت به شیوه‌ی انجام دادن نمادین - ساختاری، ترجیح می‌دادند (کلمنت^{۲۶} و همکاران، ۱۹۷۹؛ سُلوی^{۲۷} و همکاران، ۱۹۸۲؛ اسفارد، ۱۹۸۷؛ هارپر^{۲۸}، ۱۹۸۷).

این بخش را با نقل قولی از دیویس (۱۹۷۵) به پایان می‌بریم: برای آن‌ها که فرد بتواند پرسش ذهنی لازم را انجام دهد و برای مثال علامت تساوی را به شیوه‌ای جدید ببیند یا حتی $3/x$ را به جای یک مسئله، به عنوان یک «پاسخ» ببیند، بسیاری از سازگای‌های شناختی بنیادی - «انطباق»^{۲۹} به جای «جذب»^{۳۰} - مورد نیاز است. کاملاً روشن نیست که آیا می‌توان کل این دیدگاه جدید را به دست آوردن تدریجی پیشرفت‌های کوچک کسب کرد. در مقام مقایسه باید گفت این بیشتر شبیه زمین لرزه است تا فرسایش یا ته‌نشین شدن خاک. [ص. ۲۹]

فرضیه‌ای که نویسنده در این جا مطرح می‌کند، کاملاً سازگار با نظریه‌ی شیء‌انگاری مفاهیم است: انتقال از نگاه صرفاً عملیاتی به یک نگاه دوگانه‌ی فرایند - شیء احتمالاً یک حرکت تدریجی آرام به یک سطح بالاتر نیست. این مانند هر شیء‌انگاری، یک پرش کمی به یک نقطه‌ی بالاتر است.

خوانندگان محترم، ادامه‌ی مقاله را در شماره‌ی بعدی مجله می‌خوانید.

پی‌نوشت

1. Moschkovich
2. Gray
3. Tall
4. Mason
5. Booth
6. Exercise
7. Collis
8. Chalouh
9. Herscovics
10. Bell
11. Diophantus
12. Behr
13. Kieran
14. Static
15. Vergnaud
16. Filloy
17. Rojano
18. Undo
19. Davis
20. Name- Process Dilemma
21. Process- Product Dilemma
21. Signified
22. Didactic Cut
23. Arithmetical
24. Arithmetic Operation
25. Declarative- Structural
26. Clement
27. Soloway
28. Harper
29. Accommodation
30. Assimilation

تحقیق عمل

چيست وچه نقشی در حل مسائل آموزشی دارد؟

سلسله مقالاتی جهت آشنایی
بیش تر با تحقیق عمل
بخش دوم

سپیده چمن آرا

دانشجوی دکترای ریاضی با گرایش آموزش ریاضی
و معلم ریاضی راهنمایی، منطقه ۲ تهران

چکیده

این نوع تحقیق، براساس فلسفه‌های پسا تحصیل گرایی مانند فلسفه‌ی انتقادی و فلسفه‌ی تفسیری شکل گرفته و اصول نظری خود را از آن‌ها وام گرفته است. تحقیق عمل، به نقش محقق در آن که باید با عمل کننده‌ی عمل یکی باشد، بسیار اهمیت می‌دهد. به ویژه معلمان، برای بررسی مسائل آموزشی درون کلاس درس خود و یافتن پاسخ‌های مناسب برای آن‌ها، به عنوان محقق می‌توانند از این روش تحقیق استفاده کنند.

در بخش نخست از این مجموعه مقالات، با دلایل و ضرورت تحقیق عمل آموزشی به عنوان یکی از روش‌های پژوهش در حوزه‌های علوم تربیتی و علوم اجتماعی و با مبانی نظری آن به اختصار آشنا شدیم. در این بخش قصد داریم با ماهیت تحقیق عمل، اهداف و دستاوردهای این روش تحقیق برای معلمان و پیش فرض‌ها و ویژگی‌های آن با تفصیل بیش‌تری آشنا شویم و در شماره‌های بعدی، ضمن مروری بر شیوه‌های اعتبار بخشی به داده‌ها و نتایج این نوع تحقیق، به بررسی نمونه‌های عملی و تجزیه و تحلیل آن‌ها خواهیم پرداخت.

دستاوردهای معلمان از تحقیق عمل

با توجه به آن‌چه تاکنون گفته‌ایم، آن‌چه از تحقیق عمل حاصل می‌شود را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد:

۱. درک بهتر و شناخت بیش‌تر موقعیت؛
۲. درک و شناخت بهتر عمل؛
۳. بهبود موقعیت و عمل؛
۴. افزایش دانش؛
۵. توسعه‌ی حرفه‌ای؛
۶. بسط و تبیین نظریه‌های آموزشی.

درخصوص آخرین دستاورد، یعنی «بسط و تبیین نظریه‌های آموزشی» باید یادآور شد که تحقیقات دو نوع هستند؛ برآمده از نظریه^۱ و تولید کننده‌ی نظریه^۲. در تحقیقات کاربردی سنتی، مبانی نظری تحقیق باید در آغاز کار مشخص شود. لذا اغلب این تحقیقات، برآمده از نظریه هستند. در حالی که رویکردهای جدید به تحقیقات کاربردی، بیش‌تر متمایل به این هستند که تحقیقات، خودمولد نظریه‌های جدیدی باشند که با عمل واقعی پیوند می‌خورد. از این رو، بار دیگر تحقیق عمل به عنوان روشی برای حل مسائل مرتبط با تدریس معلمان،

کلیدواژه‌ها: پژوهش (تحقیق)، تحقیق عمل (پژوهش ضمن عمل، اقدام پژوهی)، معلم محقق (معلم پژوهنده، اقدام پژوه).

مقدمه

«تحقیق عمل آموزشی، نوعی روش تحقیق است که موضوع اصلی آن، عمل تدریس و محقق آن، معمولاً معلم شاغل به تدریس می‌باشد. معلمانی که در این نوع تحقیق شرکت می‌کنند، اغلب بر تغییرات عمل خود نظارت دارند و با بازتاب در عمل، هم عمل تدریس را به نظریه می‌کشند و هم نظریه‌های عمل یا دانش کاربردی خود را غنی‌تر می‌سازند» (گویا، ۱۳۸۳، ص ۴۷). با توجه به انتقادهای وارد بر تحقیقات کلاسیک و عدم کارایی این نوع تحقیقات - به ویژه تحقیقات کمی صرف - در پاسخ‌گویی به مسائل آموزشی، تحقیق عمل، به عنوان یک روش تحقیق در پژوهش‌های آموزشی مطرح شد و جایگاه خود را پیدا کرد.

هم چنین، برخی صاحب نظران این نوع تحقیق را ابزاری مؤثر در رشد حرفه‌ای معلمان می‌دانند (رضایی، ۱۳۸۳، صص ۸۶ تا ۸۹).

ابعاد	تحقیق عمل	پرس وجوهای شخصی
مفاهیم و مبانی	پرداختن به مفاهیم اصلی و چالش انگیز کار	توجه به جنبه های فنی کار و وسایل آبی مربوط به آن
ساخت پذیری	ساخت انعطاف پذیر	فاقد ساخت مشخص
هدف مندی	اهداف آگاهانه و سنجیده	هدف های حس شده به اقتضا
روش مندی	مبتنی بر روش	رها از روش
منابع (شامل وقت)	مصرف منابع بیش تر	مصرف کمتر منابع
اثربخشی	نتایج مؤثرتر و دیرپاتر	نتایج کم اثرتر و زودگذر
سرایت پذیری	گسترده شدن دامنه ی اثر (از خود به سوی دیگران)	محدودیت در امکان سرایت به دیگری
تعمیم پذیری	امکان عمومیت بخشی به سایر موقعیت های شغلی در سازمان های دیگر	عدم امکان تعمیم به سایر موقعیت ها یا سایر سازمان ها

جدول (۱). مقایسه ی تحقیق عمل با پرس وجوهای شخصی غیررسمی در یک سازمان ([۴]، ص ۱۳۲)

رابطه ای ارگانیک برقرار می کند ... در تحقیق عمل، فرد محقق به صورت مشارکتی و نه به صورت بوروکراتیک [اداری / اجرایی]، وضعیت را بهبود می بخشد؛ نه آن که در قالب یک سری دستورالعمل های اداری این کار را انجام دهد» (ساکی، ۱۳۸۳)، صص ۹۴ تا ۹۷^۵

پس هدف تحقیق عمل، کمک به حل مسائل عملی مورد توجه و علاقه ی مردم، به ویژه معلمان، در یک موقعیت دشوار است. گال، بورگ و گال (۱۳۸۶) سه نوع هدف برای تحقیق عمل برشمرده اند:

۱. اهداف شخصی؛ که همان بهبود عملکرد شخص است؛
 ۲. اهداف تخصصی؛ که موجب کم شدن فاصله میان نظریه و عمل می شود؛
 ۳. اهداف سیاسی؛ که تغییر در وضعیت موجود و افزایش عدالت را دربردارد (ص ۱۲۷۴).
- گویا (۱۳۸۳) نیز معتقد است که به طور کلی در تمام فعالیت های مربوط به تحقیق عمل، دو هدف اساسی وجود دارد:
۱. بهبود اوضاع و شرایط؛
 ۲. درگیر شدن با اوضاع و شرایط (یا به عبارتی، جزئی از فرآیند تحقیق بودن).

به اعتقاد وی، طرفداران این روش تحقیق آموزشی معتقدند که هدف تحقیق عمل، بهبود عمل، ادراک عمل به وسیله ی کارورها یا توسعه ی حرفه ای و سرانجام بهبود شرایط و اوضاعی است که عمل در آن انجام می گیرد (ص ۵۳).

ساکی (۱۳۸۳)، اهداف تحقیق عمل را از زبان دلاور (۱۳۸۲)، چنین برمی شمرد:

۱. بهبود یا نوعی پیشرفت در موقعیت ویژه؛
۲. یاری به معلمان برای فراگیری مهارت ها و روش های جدید و افزایش توان تحلیل و خودآگاهی آنان (آموزش های ضمن خدمت)؛
۳. تریق رویکرد مبتنی بر نوآوری به پیکره ی آموزش و یادگیری؛

ضرورت پیدا می کند. در تحقیق عمل، معلم در مورد عمل تدریس خود به تحقیق می پردازد و در واقع عمل تدریس (سوژه^۶) با انجام دهنده ی تحقیق (آبژه^۷) یکی می شود.

ممکن است در این جا، این شبهه پیش آید که افراد، از جمله معلمان، در هر حال همیشه درگیر حل مشکلات کاری خود هستند و به نوعی همواره در حال انجام تحقیق عمل می باشند!

گال، بورگ و گال (۱۳۸۶) در این خصوص، معتقدند که «اکثر دست اندکاران عملی حوزه ی تعلیم و تربیت، به سبک های مختلف به دنبال پالایش و بهبود عملکرد خود هستند؛ برای مثال، آنان ممکن است از راهبرد آزمون و خطا استفاده کنند، ایده هایی از همکاران خود بگیرند، یا راهبردی را که در یک همایش تخصصی درباره ی آن چیزهایی شنیده اند، به طور آزمایشی به کار گیرند. این راهبردها می تواند نقطه ی شروع مناسبی برای بهبود عملکرد باشد، اما از آن جا که اقدام پژوهی شامل فرآیند نظام مند گردآوری و تجزیه و تحلیل داده ها است، عملکرد تربیتی را بیش تر بهبود می بخشد» ([۳]، ص ۱۲۷۶).

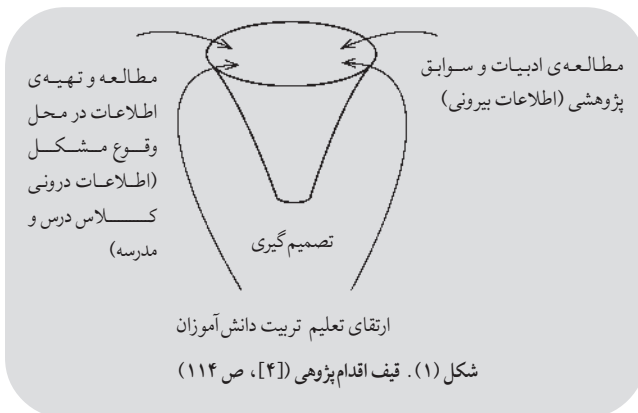
آهنچیان (۱۳۸۳) در جدول (۱)، تحقیق عمل را با پرس وجوهای شخصی و غیررسمی در یک سازمان، مقایسه کرده است.

اهداف تحقیق عمل

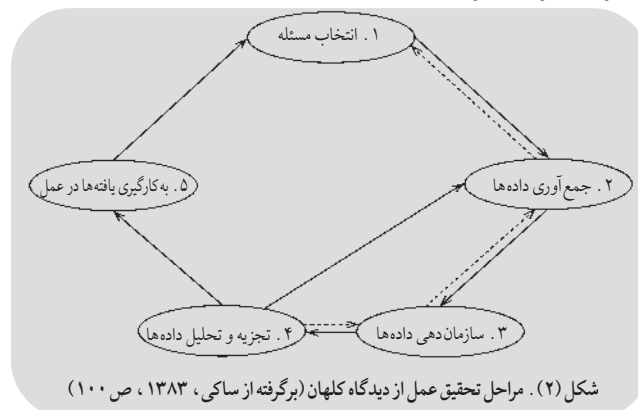
«تحقیق عمل، رویکردی جامع نگر برای معرفی مجموعه ی تلاش هایی است که توسط معلم به منظور تغییر و بهبود آموزش و تدریس انجام می شود. در واقع، معلم در مسیر تدریس همواره با مشکلات و مسائلی مواجه است که برای حل آن ها، ناگزیر از مراجعه به تجربه های خود و دیگران است. این رفت و آمد به صورت متناوب از عمل به پژوهش و از پژوهش به عمل، در چارچوبی سازمان یافته از یک رویکرد علمی به نام تحقیق عمل صورت می پذیرد. این رویکرد به منظور توسعه ی توانایی های معلمان برای طراحی اجرای تدریس اثربخش ارائه شده است. ... تحقیق عمل کوششی است که بین پژوهش به عنوان وسیله ای برای آگاهی و دانستن، و عمل آموزشی،

مراحل تحقیق عمل

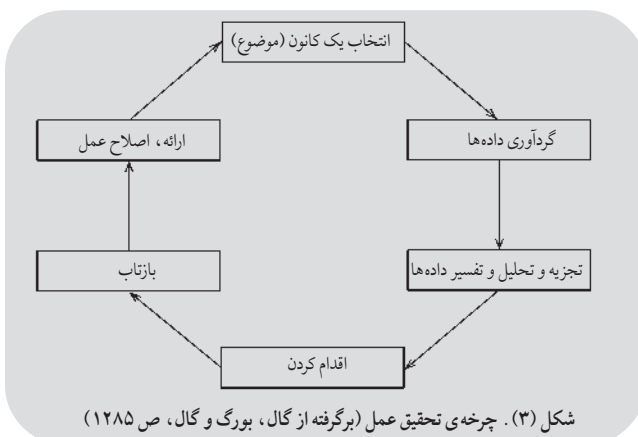
کلّهان (۲۰۰۳، نقل شده در ساکی، ۱۳۸۳) تحقیق عمل را همانند قیفی فرض کرده که اطلاعات متنوع پژوهشی را در هم می آمیزد تا امکان تصمیم گیری مناسب تری را فراهم کند.



به طور کلی، به گفته ی ساکی (۱۳۸۳)، فعالیت های تحقیق عمل در یک فضای ترکیبی از نظریه و عمل به ثمر می رسند (ص ۱۱۶). از نظر وی، مراحل تحقیق عمل را می توان از دید کلّهان (۲۰۰۳) به صورت زیر ارائه کرد:



از سوی دیگر، گال و بورگ وگال (۱۳۸۶)، چرخه ی تحقیق عمل را چنین به تصویر می کشند:



۴. چاره اندیشی در مواردی که تحقیقات سنتی، کارآیی موردنظر را نداشته اند؛

۵. ابزاری مناسب برای رویکرد حل مسئله در کلاس درس. رسول و بردباری (۲۰۰۱) از منظری دیگر، برای تحقیق عمل اهداف زیر را تبیین کرده اند:

۱. درهم شکستن سنت باور تولید دانش در عصر مدرن که براساس این سنت، افراد بشر صرفاً از یک راه معین برای کسب دانش و رسیدن به واقعیت امور استفاده کنند؛

۲. آزاد کردن فرایند تولید دانش از قید و بند روش ها و تدابیر خشک و انعطاف ناپذیر که به طور سنتی در دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی اتخاذ شده است؛

۳. مشارکت فعال در اثر تغییر و رهایی از جهان بینی تجددگرا که بر مبنای فلسفه ی اثبات گرایی و نظام ارزشی ناظر بر پیشرفت اقتصادی بنا شده است؛

۴. مشارکت فعال در توسعه ی تفکر جدید درباره ی روایی و کیفیت تحقیق (نقل شده در ساکی، ۱۳۸۳).

ساکی در ادامه، برخی دیگر از اهداف تحقیق عمل را بدین شرح برمی شمارد:

- ایجاد سازگاری میان نظریه و عمل؛
- توسعه ی تفکر انتقادی نسبت به رویدادهای آموزشی؛
- تغییر و بهبود عمل آموزشی؛
- کمک به افراد در افزایش شناخت آن ها از موقعیت خود؛
- تقویت احساس خودارزشمندی و اعتماد به نفس در معلمان؛
- افزایش شناخت از مسائل کلاس درس؛
- مداخله و مشارکت معلم در امور پژوهشی مربوط به کلاس درس خود؛

- کاربرست سریع تر یافته های پژوهشی؛
- تقویت بیش تر رابطه ی میان معلمان و پژوهشگران آکادمیک؛
- اشاعه ی نوآوری و شیوه های نوین آموزشی در میان معلمان؛
- پژوهش منظم برای بهبود کیفیت آموزش؛
- کشف رابطه ی ساختارهای آموزشی و مدرسه با عمل تدریس و یادگیری؛

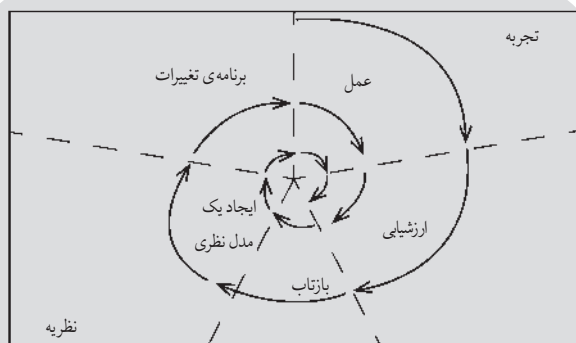
- آشنایی با روش های علمی که به بهبود تدریس کمک می کنند؛

- فهم و کشف طیف متنوعی از راه هایی که به وسیله ی آن ها دانش آموزان به تفکر و یادگیری دست می یابند (صص ۱۰۱ تا ۱۰۳).

در یک جمله «ایجاد تغییر در وضعیت موجود» هدف عمده ی این تحقیق است (قاسمی پویا، ۱۳۸۱)، نقل شده در رضایی، (۱۳۸۳) ص ۷۲).

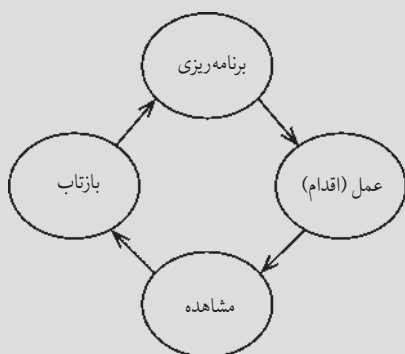
بالاخره، آن چه که در رویکرد تحقیق عمل اهمیت دارد، این است که فرد احساس کند می تواند منشأ تغییر مؤثری در موقعیت کاری خود باشد.

با توجه به انتقادهای وارد بر تحقیقات کلاسیک و عدم کارایی این نوع تحقیقات - به ویژه تحقیقات کمی صرف - در پاسخ گویی به مسائل آموزشی، تحقیق عمل، به عنوان یک روش تحقیق در پژوهش های آموزشی مطرح شد و جایگاه خود را پیدا کرد



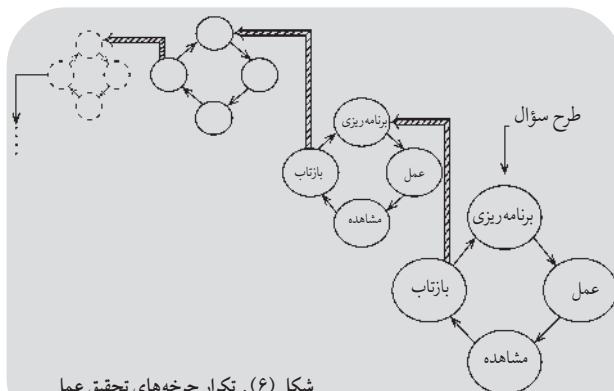
شکل (۴). فرآیند تحقیق عمل از دیدگاه ساکی (۴)، ص ۱۱۶.

دیگر صاحب نظران، مانند آهن چیان (۱۳۸۳) و کمپر و کلی (۱۹۹۳)، مراحل مشابهی را برای فرآیند پویای تحقیق عمل در نظر گرفته اند که مهم ترین مراحل آن را می توان در چرخه ی زیر که شامل چهار حلقه ی برنامه ریزی، عمل، مشاهده، بازتاب می باشد، خلاصه کرد. این همان چرخه ای است که بسیاری از آموزشگران مانند کلمنتس و التون به آن اشاره کرده اند:



شکل (۵). چرخه ی تحقیق عمل (برگرفته از بازگان (۱۳۸۳)، ص ۱۵۶)

این چرخه که چهار حلقه ی آن، مورد قبول اغلب صاحب نظران در حوزه ی تحقیق عمل است، به تناوب تکرار می شود تا بهبود عمل حاصل شود:



شکل (۶). تکرار چرخه های تحقیق عمل

همان طور که مشاهده می کنید، مراحل این چرخه بسیار شبیه چرخه ی کلهان است و یک تفاوت مهم در آن ملاحظه می شود و آن این که به جای «تجزیه و تحلیل داده ها» از واژه ی «بازتاب» استفاده شده است که بار معنایی آن، متفاوت است. کمی بعد به اهمیت بازتاب در تحقیق عمل و نقش آن در این نوع تحقیق، بیش تر می پردازیم. علاوه بر این، گال، بورگ و گال (۱۳۸۶) درخصوص شروع چرخه ی تحقیق عمل، ابراز می کنند: «بسیاری از اقدام پژوهان، انجام عمل را به عنوان اولین مرحله ی پروژه های اقدام پژوهی خود در نظر می گیرند، سپس به گردآوری و تجزیه و تحلیل و بازتاب درباره ی داده ها می پردازند تا تعیین کنند که آیا اقدام یا عمل آن ها، هدف تعیین شده را محقق می سازد یا خیر، و سپس به اقدام یا عمل خود ادامه می دهند یا آن را اصلاح می کنند و یا براساس تفسیر حاصل از داده ها، به اقدام جدیدی دست می زنند.» ایشان از قول ریچارد شموک، این نوع پژوهش را اقدام پژوهی فعال^۶ نامیده اند. هم چنین یادآور شده اند که اگر کاروران بدون هیچ اصلاحی در عملکرد خود، ابتدا تصمیم به گردآوری داده ها بگیرند و سپس از تجزیه و تحلیل این داده ها در تعیین عملکرد جدیدی که باید به طور آزمایشی انجام شود استفاده کنند، شموک چنین شکلی از پژوهش را اقدام پژوهی پاسخ گو^۷ نامیده است (صص ۱۲۸۴ تا ۱۲۸۶).

ساکی (۱۳۸۳) نیز درخصوص ترتیب مراحل چرخه ی تحقیق عمل بیان می کند که «اصولاً فعالیت اقدام پژوهی با عمل آغاز می شود. در واقع نقطه ی شروع در اقدام پژوهی، عملی است که باید بهبود یابد. اقدام پژوهی بدون در نظر گرفتن یک فضای عملی، قابل انجام نیست! در ادامه ی مراحل، هم چنان موقعیت فضای عملی است که روند کار را مشخص می کند. مرحله ی دیگر، بازتاب است؛ بازتاب پیرامون نتایج ارزشیابی عمل. مشکلات کدام ها هستند؟ در این مرحله کوشش می شود مسئله کالبدشکافی شده و راه های کاهش یا برطرف کردن آن، شناسایی شود. ایجاد یک مدل نظری (یا راه حل) برای بهبود وضعیت موجود، مرحله ی بعدی کار است. این مدل، نقاط قوت و ضعف و نیز کارکردهای اقدام پیش بینی شده را روشن می سازد و سرانجام برنامه ریزی، اعمال تغییرات در عمل است. نظارت بر اعمال راه حل پیش بینی شده (در قالب مدل) به نحوی که انتظارات را به درستی فراهم سازد، از کارهای اقدام پژوهی در این مرحله است.» وی این فضای ترکیبی از نظریه و عمل را در شکل حلزونی، به تصویر می کشد:

بازتاب، یکی از مهم‌ترین مراحل تحقیق عمل است به طوری که گال، بزرگ و گال آن را وجه تمایز تحقیق عمل با سایر شیوه‌های پژوهش علمی می‌دانند (ص ۱۲۷۶).

گویا (۱۳۸۳) در این خصوص ابراز می‌دارد: «ساندرز و مک کاتچن (۱۹۸۴)، معلمی را یک کار عملی و معلم را یک «کارورز بازتابی» می‌دانند. تدریس، احتیاج به بازتاب دائم بر روی عمل دارد. همان‌طور که شون می‌گوید، دنیای تدریس با عقلانیت تکنیکی متفاوت است و نیازهای آن با ابزارهای آن دیدگاه برطرف نمی‌شوند. معلم در کلاس درس خود، عموماً با موقعیت‌های پیش‌بینی نشده مواجه می‌شود؛ زیرا همیشه با انسان‌هایی که سراسر پیچیدگی و ایجازند در حال واکنش است. ... شون، دو واژه‌ی «بازتاب در عمل»^۸ و «بازتاب بر عمل»^۹ را در مورد کارورز بازتابی به کار می‌برد. وی اعتقاد دارد که بازتاب در عمل کارورز یا در واقع عملی که به قول گریمت (۱۹۸۸) از طریق تجربه کردن در «محل» حاصل می‌شود، در «محدوده‌ی زمانی» به خصوصی انجام می‌گیرد؛ یعنی در شرایطی که عمل هنوز می‌تواند نقش تعیین‌کننده‌ای برای اوضاع داشته باشد، که او این محدوده‌ی زمانی را «عمل حاضر» می‌نامد. از طرفی، بازتاب بر عمل یا «عمل برنامه‌ریزی شده بر مبنای اندیشه و تأمل»، به کارورز این فرصت را می‌دهد که نظریه‌های عمل خود را مورد ارزیابی و بررسی قرار دهد» (صص ۴۵ تا ۴۷).

کرینر نیز بازتاب را یکی از چهار بُعد اصلی در مدل توصیف‌کننده‌ی عمل حرفه‌ای معلمان می‌داند. او حرفه‌ی معلمی را شامل چهار بُعد عمل، بازتاب، استقلال و شبکه‌سازی می‌داند. مهربانی و گویا (۱۳۸۱)، بازتاب را به معنی طرز تلقی فرد درباره‌ی یادگیری و عمل تدریس خود برمی‌شمارند و اضافه می‌کنند «معلمان با بازتاب‌های منظم بر فعالیت‌های تدریس خویش، قابلیت خود-نقدی خویش را افزایش می‌دهند» ([۶]، ص ۲۲).

در واقع با توجه به تغییری که در تحقیق عمل در نقش معلم، به عنوان محقق درباره‌ی عمل خویش صورت می‌گیرد، بازتاب به عنوان یکی از مهم‌ترین مراحل تغییر این نقش، در چرخه‌ی تحقیق عمل، اهمیت پیدا می‌کند و در این تحقیق، به جای این که تجزیه و تحلیل داده‌ها توسط فرد خارجی صورت گیرد، بازتاب بر عمل و بازتاب در عمل توسط خود معلم محقق صورت می‌پذیرد.

بررسی بیش‌تر مراحل تحقیق عمل

بازرگان (۱۳۸۳)، هر یک از مراحل تحقیق عمل را در مدل چهار مرحله‌ای «برنامه‌ریزی، اقدام، مشاهده، بازتاب» به تفصیل شرح می‌دهد که در این جا، به ارایه‌ی اجمالی آن‌ها می‌پردازیم:

◆ مرحله‌ی برنامه‌ریزی:

الف) گام مقدماتی: شامل انتخاب زمینه و موضوع پژوهش؛ مطالعه‌ی اسناد و مدارک مربوط؛ تدوین طرح تحقیق؛

معلم در مسیر تدریس همواره با مشکلات و مسائلی مواجه است که برای حل آن‌ها، ناگزیر از مراجعه به تجربه‌های خود و دیگران است. این رفت‌وآمد به صورت متناوب از عمل به پژوهش و از پژوهش به عمل، در چارچوبی سازمان یافته از یک رویکرد علمی به نام تحقیق عمل صورت می‌پذیرد

تصویب طرح.

ب) گام آماده‌سازی شرایط: شامل درک شرایط موجود و تعامل افکار با مدیران؛ تقویت مهارت برای برقراری ارتباط؛ دعوت از شرکت‌کنندگان در طرح. توجه به اخلاق پژوهش و دعوت از ناظران بالقوه. پ) گام تدوین طرح تحقیق عمل: شامل تشخیص جنبه‌های اصلی برای بهبود عمل؛ بیان وضعیت مطلوب و ملاک‌ها و نشانگرهای آن؛ گردآوری داده‌ها درباره‌ی وضع موجود؛ بازنگری گزینه‌های ممکن برای اقدام بهبود.

◆ مرحله‌ی اقدام (عمل): اجرای عمل بهینه.

◆ مرحله‌ی مشاهده: گردآوری داده‌ها درباره‌ی عمل بهینه.

◆ مرحله‌ی بازتاب:

تحلیل شواهد تأثیر عمل و تهیه‌ی گزارش؛ گردهم‌آیی ناظران و تهیه‌ی گزارش نهایی؛ ارزیابی تحقیق.

موضوع و مسائل تحقیق عمل

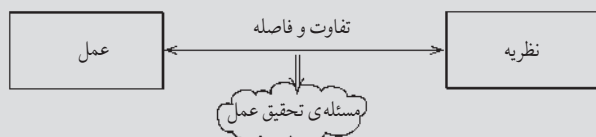
به گفته‌ی آهنگیان (۱۳۸۳)، «مثل هر تحقیق دیگر، اقدام پژوهی نیز با یک یا چند سؤال شروع می‌شود که به خاطر ماهیت چنین تحقیقی، با سؤال‌های سایر تحقیقات تفاوت دارد:

- مهم‌ترین قسمت کار من کدام است؟

- آیا در این قسمت مسئله‌ای وجود دارد که ناشناخته باشد؟

- آیا من در این قسمت مشکلی دارم؟» (ص ۱۳۵)

مسائل تحقیق عمل از دل کلاس درس بیرون می‌آید و در مورد موقعیت‌هایی است که مشکل می‌نماید؛ موقعیت‌های عینی که با آن‌ها سروکار داریم؛ موقعیت‌هایی که فاصله‌ی بین نظریه و عمل را نشان می‌دهند.



شکل (۷). منشأ مسائل تحقیق عمل

مسائل تحقیق عمل از دل کلاس درس بیرون می‌آید و در مورد موقعیت‌هایی است که مشکل می‌نماید؛ موقعیت‌های عینی که با آن‌ها سروکار داریم؛ موقعیت‌هایی که فاصله‌ی بین نظریه و عمل را نشان می‌دهند

(۱۹۸۸) و مک تاگارت (۱۹۹۱) (نقل شده در کلمنتس والرتون (۱۹۹۶)) اشاره کرده‌اند که قلب تحقیق عمل، در نظریه‌ی انتقادی قرار دارد؛ نظریه‌ای که به شیوه‌های بنیادی به تغییر جامعه در حالت کلی و تغییر آموزش در حالت خاص، کمک می‌کند ([۵]، ص ۱۱۶).

● لوین، تحقیق عمل را دارای سه ویژگی مهم - مشارکت (یعنی مشارکت معلمان به عنوان محققان در پروژه‌های تحقیق عمل)؛

- دموکراتیک بودن؛

- کمک هم زمان به تغییرات اجتماعی و علوم اجتماعی می‌داند (نقل شده در گویا، ۱۳۸۳، ص ۴۸).

از نظر او، حلقه‌های تحقیق عمل با تکرار دوره‌ی کامل، در مراحل دیگر منجر به حقیقت‌یابی بیش‌تر می‌شوند.

● کلمنتس والرتون (۱۹۹۶) نیز شش ویژگی اساسی برای هر پروژه‌ی تحقیق عمل آموزشی برمی‌شمارد که با بسیاری از ویژگی‌های برشمرده در بالا، یکی است:

۱. تحقیق عمل به صورت تیمی و گروهی انجام می‌شود؛
۲. آزادی در عضویت در تیم تحقیق عمل به صورت داوطلبانه یا جداسیدن از این تیم در هر لحظه از زمان وجود دارد؛
۳. جلسات گروه، دارای این ویژگی است که برنامه‌ریزی و بازتاب به صورت تیمی و دموکراتیک در هر جلسه‌ی گروه صورت می‌گیرد، همه‌ی اعضای گروه حق یکسان برای تصمیمات دارند و نظرات افرادی از تیم که نظرشان توسط جمع پذیرفته نمی‌شود نیز باید صادقانه محفوظ بماند. همه باید به تصمیماتی که در جمع گرفته می‌شود، متعهد باشند.

۴. برنامه‌ی تحقیق، اعم از پرسش تحقیق و روش‌شناسی متناسب با آن، باید در نشست‌های گروه مورد تأیید قرار گیرد.

۵. مستندسازی از دیگر ویژگی‌های تحقیق عمل است و کلیه‌ی مشاهدات و بازتاب‌های اعضای تیم باید در نشست‌های گروه مطرح شده و برای اقدامات بعدی باید توافق جمعی صورت گیرد. مشاهدات، بازتاب‌ها، تصمیمات برای اقدام باید همگی در صورت جلسات، مستند گردد.

۶. جمع‌آوری داده‌ها، تحلیل آن‌ها و گزارش نتایج حاصل باید به روش‌هایی که در جمع بر آن‌ها توافق می‌شود، صورت گیرد ([۵]، صص ۱۱۵ و ۱۱۶).

در واقع، کلمنتس والرتون به اهمیت کار گروهی و تیمی در کلیه‌ی

«موضوعاتی نظیر جو کلاس، مدیریت کلاس، راهبردهای تدریس، مواد آموزشی، رفتار اجتماعی و شناختی دانش‌آموزان، می‌توانند در سیر پژوهش ضمن عمل قرار گیرند و برحسب نیاز، تغییرات لازم در این زمینه‌ها داده شود» (آهنچیان، ۱۳۸۳)، ص ۱۰۰.

گویا (۱۳۸۴) در این خصوص می‌گوید: «اولین حوزه‌ای که معلم به عنوان محقق می‌تواند راجع به آن تحقیق کند، یادگیرنده‌هایی‌اند که در مقابلش هستند. می‌تواند راجع به اشتباهاتشان تحقیق کند، راجع به فهم و درک مطالبشان، راجع به طرز تلقی‌شان و راجع به انگیزه‌هایشان پژوهش کند. چیزهای زیادی هست که شما می‌توانید راجع به هر تدریس خودتان پیدا کنید و گروه معلمان محقق می‌توانند دانش خودشان را که از این موقعیت‌های مختلف به دست آورده‌اند، درهم ادغام کنند و از آن، معنا بسازند؛ و تحقیق عمل یکی از روش‌های تحقیق است که معلم به عنوان محقق، می‌تواند به کار برد. در این روش معلم معمولاً درگیر بعضی از فعالیت‌های تدریس است که در گروه‌های مختلف تجربه می‌کند، انجام می‌دهد و بعد نتایج را جمع‌آوری می‌کند. این نتایج مربوط به فعالیت‌های جدید، مواد جدید، کتاب‌های جدید و بعد ارزیابی دانش‌آموزان است. سپس معلم بررسی می‌کند که این یافته‌ها چه تأثیری بر تدریس او داشته و همین‌جور این دور ادامه پیدا می‌کند» ([۶]، صص ۱۸ و ۱۹).

آهنچیان (۱۳۸۳) این واقعیت را به طور ملموس بیان می‌کند که در تحقیق عمل، «من» به میان می‌آید و می‌کوشد براساس مشکلی که خود احساس کرده است، در میدان واقعی کار، و با استفاده از امکانات و فرصت‌هایی که در اختیار دارد، در حل آن بکوشد. محور قرار دادن «من» که می‌تواند «نظرات خود را حین عمل و پرداختن به یک کار واقعی آزمون کند، بالقوه امکان نظریه‌پردازی را فراهم می‌آورد» (صص ۱۳۵ و ۱۳۶). وی در جای دیگر ابراز می‌دارد که «من» در مرکز دانش قرار می‌گیرد و منبع دانش موجود، به منبعی حاشیه‌ای، یا مکمل دانش تولید شده به وسیله‌ی «من» تبدیل می‌شود (ص ۱۳۳). این نوع نگاه به دانش، نگاهی غیرافلاطونی به آن است که حتی دانش حرفه‌ای را نیز دربرمی‌گیرد. اما نباید از نظر دور داشت که گرچه تحقیق عمل بر «من» و مسائل مطرح برای «من» متمرکز است، زمینه‌های اشتراک و همکاری را در دل خود پرورش می‌دهد و به صورت گروهی اجرا می‌گردد.

ویژگی‌های تحقیق عمل

- مهم‌ترین ویژگی تحقیق عمل، حل‌زونی بودن مراحل انجام آن است. برخلاف سایر روش‌های پژوهش، نقطه‌ی آغاز و پایان مشخص ندارد؛ مگر این که برای یک رساله یا یک تکلیف خاص تهیه شود.
- ویژگی دیگر این است که بازتاب در چرخه‌ی تحقیق، اهمیت کلیدی دارد که در مورد آن به تفصیل سخن گفتیم.
- تحقیق عمل براساس فلسفه‌ی انتقادی است. نقادی، جایگاه ویژه‌ای در تحقیق عمل دارد (رضایی، ۱۳۸۳، ص ۸۳). پاکوینز

مراحل و تصمیمات مرتبط با تحقیق عمل، در این شش ویژگی، تأکید کرده‌اند.

لازم به توضیح است که بعضی‌ها معتقدند تحقیق عمل، یک رویکرد به تحقیق است، نه یک روش شناسی خاص (ریزن، نقل شده در ساکی، ۱۳۸۳، ص ۹۷).

پیش‌نیازها و پیش‌فرض‌های تحقیق عمل

به گفته‌ی گویا، حداقل پیش‌نیازهای یک تحقیق عمل، از نظر گراندی و کمیس (۱۹۸۱) سه شرط لازم و کافی زیر هستند:

۱. موضوع اصلی مورد تحقیق، یک عمل اجتماعی است و چون به عنوان یک عمل استراتژیک در نظر گرفته می‌شود، در نتیجه مستعد بهبود می‌باشد؛

۲. پروژه‌ی تحقیق عمل، از طریق حلزونی از دوره‌های برنامه‌ریزی، عمل، مشاهده و بازتاب پیش می‌رود، که هر کدام از این فعالیت‌ها به طور خودنقاده و سیستماتیک به اجرا درمی‌آیند و از درون به هم مرتبط هستند؛

۳. پروژه، تمام آن‌هایی را که در «عمل» مسئول هستند، در تمام لحظات فعالیت درگیر می‌کند و تدریجاً مشارکت در پروژه، وسیع‌تر می‌شود تا افراد دیگری را که متأثر از عمل هستند دربرگیرد و در عین حال، کنترل توأم با تشریک مساعی فرآیند را حفظ کند (۴)، (صص ۵۳ و ۵۴). بازرگان پیش‌فرض‌های زیر را برای تحقیق عمل برمی‌شمارد:

۱. چنانچه معلمان شخصاً به کندوکاو درباره‌ی مسائل مربوط به وظایف شغلی خود بپردازند، نسبت به آن وظایف، آگاه‌تر شده و در راه انجام آن، کوشش بیش‌تری به عمل می‌آورند؛

۲. معلمان وقتی عملکردشان افزایش می‌یابد که تجربه‌های خود را در مورد فرآیند یاددهی - یادگیری با همکاران دیگر در میان‌گذارند و با آنان تبادل نظر کنند؛

۳. مشارکت معلمان هم‌ردیف و هم‌رشته از طریق اقدام‌پژوهی در یک طرح پژوهشی، باعث می‌شود که آنان اطلاعات و تجربه‌های خود را تبادل نمایند. این امر به نوبه‌ی خود بر عملکرد معلمان اثر خواهد داشت؛

۴. معلمان با اطمینان و احترام متقابل به یکدیگر، و تبادل تجربه در اقدام‌پژوهی مشارکت می‌جویند (صص ۱۵۳ و ۱۵۴).

وی در ادامه می‌افزاید: «علاوه بر پیش‌فرض‌های فوق، شرایط مساعد دیگری برای اقدام‌پژوهی می‌توان منظور داشت که به طور خلاصه شامل این موارد است: معلمان شرکت‌کننده در طرح اقدام‌پژوهی، باید به ضرورت آشنایی با فنون پایه‌ی پژوهشی اعتقاد داشته باشند؛ فرصت لازم برای نوآوری در نظام آموزشی فراهم باشد؛ نظام آموزشی «طرحی نو در انداختن» را ترغیب کند؛ در نظام آموزشی باید فرصت فراهم باشد تا اندیشه‌های نو مورد آزمایش قرار گیرد و نیز این‌که معلمان شرکت‌کننده در طرح اقدام‌پژوهی با فرآیند پویایی گروهی آشنا باشند» (صص ۱۵۴ و ۱۵۵).

تحقیق عمل آموزشی، چه چیزهایی نیست!

کلمنتس والرتون (۱۹۹۶) به نقل از هنری (۱۹۹۵)، یادآور می‌شوند که تحقیق عمل، هیچ یک از موارد زیر نیست؛ اگرچه هر کدام از آن‌ها به تنهایی شباهت‌های زیادی با تحقیق عمل دارند.

■ آن‌چه که معلمان به طور عادی انجام می‌دهند؛

■ حل مسئله؛

■ پروژه‌ی تحقیقی غیررسمی که در آن معلمان بر عملکرد خود بازتاب دارند؛

■ شکلی از تحقیق مشارکتی که در آن، معلمان با هم تشریک مساعی می‌کنند.

تحقیق عمل همه‌ی موارد فوق را شامل می‌شود و در واقع چیزی بیش از همه‌ی آن‌ها است.

جمع‌بندی

در مطالبی که درباره‌ی تحقیق عمل به تفصیل گفته شد، قصد داشتیم خوانندگان علاقه‌مند را که قصد استفاده از این تحقیق را دارند، با روح تحقیق عمل بیش‌تر آشنا سازیم و سعی کردیم تا ضرورت‌ها و دلایل وجودی چنین روشی برای تحقیق را تبیین کنیم. بد نیست در این‌جا اشاره‌ای به ستون «روایت معلمان» مجله‌ی رشد آموزش ریاضی بکنیم که در واقع به قصد انعکاس و ثبت بازتاب‌های معلمان به عنوان محققان بر عمل خودشان در این مجله باز شده است. باشد که با آشنایی بیش‌تر خوانندگان با تحقیق عمل، ستون روایت‌های معلمان نیز فعال‌تر گشته و مطالب بیش‌تری از جانب معلمان محقق دریافت کند.

پی‌نوشت

1. Theory Driven
2. Theory Generating
3. Subject
4. Object
5. Proactive Action Research
6. Responsive Action Research
7. Reflection in Action

منابع

- [۱] دل‌آور، علی. (۱۳۸۰). مبانی نظری و عملی پژوهش در علوم انسانی و اجتماعی، انتشارات رشد.
- [۲] گال، مردیت؛ بورگ، والتر؛ گال، جویس. (۱۳۸۴). روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی (جلد اول)، ترجمه‌ی گروه مترجمان (به اهتمام دکتر احمدرضا نصر)، مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی و سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)
- [۳] گال، مردیت؛ بورگ، والتر؛ گال، جویس. (۱۳۸۶). روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی (جلد دوم)، ترجمه‌ی گروه مترجمان (به اهتمام دکتر احمدرضا نصر)، مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)
- [۴] گروه نویسندگان (۱۳۸۳) (برنامه‌ریزی، تدوین و تولید رضا ساکی). اقدام‌پژوهی: راهبردی برای بهبود آموزش و تدریس (اصول، نظریه‌ها و چارچوب عملی)، چاپ سوم، انتشارات پژوهشکده‌ی تعلیم و تربیت، وزارت آموزش و پرورش.
- [5] Clements, K; Elerton, N. (1996). *Mathematics Education, Past, Present, Future*, UNESCO.
- [6] مرتضی مهربانی، نرگس؛ گویا، زهرا. (۱۳۸۱). آموزش معلمان، یک حوزه‌ی تحقیقی، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، سال ۱۹، شماره‌ی ۶۹، تابستان ۱۳۸۱، صص ۱۹-۳۴، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

آشنایی با نرم افزار جئوجبرا

رضا حیدری قزلجه

دانشجوی دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

مقاله‌ی حاضر، به معرفی نرم افزار جئوجبرا و ارائه‌ی چند تکلیف در درس حسابان، به عنوان نمونه‌ای از تکالیفی که می توان با این نرم افزار انجام داد، می پردازد. علاوه بر این به امکانات موجود در این نرم افزار که به آموزش ریاضی کمک می کند نیز در این مقاله اشاره شده است.

کلیدواژه‌ها: نرم افزار جئوجبرا، تکنولوژی اطلاعات و ارتباطات، ریاضیات متوسطه، روش تدریس.

مقدمه

در قرن حاضر، زندگی بشر بیش از هر پدیده‌ی دیگری تحت تأثیر فن آوری ارتباطات و اطلاعات (ICT) قرار گرفته است. از نظر کی سان (۲۰۰۷)، در دنیای امروز استفاده از تکنولوژی منحصر به کشورهای صنعتی نیست و این ابزار در دسترس جوامع مختلف قرار دارد. به همین دلیل، استفاده از ICT در آموزش ریاضی نیز مورد توجه ویژه قرار گرفته و در متون پژوهشی، فواید زیادی برای استفاده از آن در تسهیل یاددهی-یادگیری ریاضی ذکر شده است. به عنوان مثال، سرشتی (۱۳۸۴) به موارد زیر اشاره می کند:

- تسهیل تدریس مفاهیم ریاضی به دانش آموزان؛

- تقویت تجسم؛

- صرفه جویی در وقت به خاطر عدم انجام محاسبات قلم

- کاغذی؛

- ارتقای درک و فهم دانش آموزان؛

- تغییر باور دانش آموزان و دانشجویان نسبت به ریاضی.

به این فهرست، می توان چند مورد زیر را نیز که بر اثر تجربه‌ی

تدریسی نویسنده حاصل شده است، اضافه کرد:

- یادگیری در یک محیط تعاملی و آزمایشی-اکتشافی؛

- ایجاد انگیزه در دانش آموزان به سبب جذابیت تکنولوژی

برای آن‌ها؛

- تغییر فرهنگ انجام تکلیف و به تبع آن، ارزشیابی در

کلاس‌های درس ریاضی.

قبلاً هم شورای ملی معلمان ریاضی NCTM^۱ (۲۰۰۰) استفاده از تکنولوژی الکترونیکی به ویژه ماشین حساب و کامپیوتر را به همه‌ی دانش آموزان توصیه کرده و یادآور شده بود که تکنولوژی، یادگیری ریاضی را تسهیل می کند، به تدریس ریاضی واقعی و کارا کمک می نماید و بر ریاضیاتی که تدریس می شود، تأثیر می گذارد. اما هوهن وارتر و همکاران (۲۰۰۸) به نقل از کوبان و همکاران (۲۰۰۱) هشدار می دهند که «با وجود فواید بی شمار تکنولوژی در آموزش ریاضی، فرآیند حضور آن در کلاس‌های درس ریاضی کند و پیچیده است» (ص ۱).

CAS و DGS (سیستم‌های جبر کامپیوتری و سیستم‌های هندسی پویا)

سرشتی (۱۳۸۴) به نقل از تال (۱۹۹۶)، سیر پیشرفت

تکنولوژی کامپیوتر را جهت استفاده در آموزش ریاضی طی مراحل

زیر خلاصه کرده است (ص ۲۵):

۱. الگوریتم‌های عددی (۱۹۷۶)؛ زبان برنامه نویسی

پیسیک؛

۲. تجسم‌های گرافیکی (اوایل دهه‌ی هشتاد میلادی)؛

معرفی لوگو)؛

۳. کنترل مجسم (۱۹۸۴؛ معرفی موس)؛

۴. سیستم های جبر کامپیوتری، CAS^۲ (۱۹۸۴)؛ ورود ماکسیما)؛

۵. تکنولوژی های شخصی قابل حمل (ماشین حساب ها و کامپیوترهای شخصی)؛

۶. چندرسانه ای ها (پدید آمدن نرم افزارهای چندرسانه ای تعاملی برای استفاده در مطالعات فردی)؛

۷. شبکه ی سراسری اینترنت.

سرشتی (۱۳۸۴) در ادامه، یادآور می شود که از بین موارد فوق، یکی از تأثیرگذارترین آن ها در آموزش ریاضی که حضورش در عرصه ی آموزش ریاضی تداوم نسبتاً خوبی پیدا کرده است، CAS می باشد که حدود سه دهه از حضور آن در صحنه ی آموزشی می گذرد. سرشتی (۱۳۸۴) نقل می کند که «سیستم های جبر کامپیوتری (CAS) به نرم افزارهایی گفته می شود که محاسبات و دستورهای جبری انجام می دهند. به طور مثال، عبارت ها را ساده می کنند یا از توابع مشتق می گیرند. بسته های نرم افزاری میپل (Maple)، متکد (MathCAD)، درایور (Driver) و متمتیکا (Mathematica) از این نوع هستند» (ص ۲۹).

علاوه بر CAS، نسل دیگری از نرم افزارها که در عرصه ی آموزش ریاضی ظاهر شده اند، سیستم های هندسی پویا (DGS^۳) هستند. به نوشته ی اسکری بانو و همکاران (۲۰۱۰)، یک سیستم هندسی پویا (DGS) عبارت است از یک برنامه ی کامپیوتری که ترسیم های دقیق ساختارهای هندسی را بر روی صفحه ی کامپیوتر میسر می سازد و امکان دست ورزی های پویای این ساختارها را از طریق کشیدن موس (Mouse) بر روی عناصر خاص فراهم می سازد. ویژگی اصلی این برنامه ها، تغییر خودبه خودی موقعیت همه ی عناصر در نمودار مطابق با تغییراتی است که کاربر اعمال می کند. این برنامه ها هم چنین، با عنوان هندسه ی تعاملی شناخته می شوند (ص ۱). نرم افزارهایی مانند Cabri Geometry یا Geometer's Sketchpad مثال هایی از DGS هستند.

لایکزا (۲۰۰۶) و کریس (۲۰۰۴) معتقدند که «سیستم های جبر کامپیوتری (CAS)، و نرم افزارهای هندسی پویا (DGS)، ابزارهای تکنولوژیک قدرتمندی برای تدریس ریاضی هستند. به توصیه ی تحقیقات متعدد، این بسته های نرم افزاری می توانند به ایجاد فضای کشف و آزمایش در کلاس درس کمک

کنند و از ویژگی های تجسم سازی آزاد می توان به شکلی مؤثر در خدمت نوعی از تدریس استفاده نمود تا مولد حدس های سازنده باشند» (نقل شده در هوهن وارتر و همکاران، ۲۰۰۸، ص ۱).

DMS (نرم افزارهای ریاضی پویا)

بعد از CAS و DGS، نسل جدیدی از نرم افزارهای آموزش ریاضی به نام نرم افزارهای ریاضیات پویا (DMS^۴) پدید آمدند که جئوجبرا^۵ نیز در این گروه قرار می گیرد. جئوجبرا یک نرم افزار open-source^۶ برای تدریس و یادگیری ریاضی است که در زمینه ی هندسه، جبر و حسابان، دارای عناصر تعاملی قدرتمندی می باشد که به سهولت قابل استفاده اند.

به هرحال، دو گروه نرم افزار CAS و DGS هرکدام، حامی تدریس ریاضی در دوره های مختلف اند و هریک، مدت زمان متفاوتی از وقت کلاس را می طلبند تا دانش آموزان در استفاده از آن ها به مهارت برسند. در حالی که یادگیری CAS مستلزم صرف زمان طولانی می باشد و پیچیدگی های آن، امکان استفاده اش را در سطوح بالای آموزشی بیش تر ممکن می سازد، اما DGS را می توان حتی در دوره های ابتدایی نیز به کار گرفت زیرا تنها با دانستن چگونگی استفاده از موس، کاربر می تواند از آن استفاده کند. اسکری بانو و همکاران (۲۰۱۰) علت را چنین یافتند که کار با DGS براساس دست ورزی های تعاملی بین کاربر و برنامه است و این باعث سهولت دسترسی می شود درحالی که کار با CAS بر مبنای تایپ دستوری می باشد و این خود به مهارت های پیشرفته تری نیاز دارد. هوهن وارتر و پری نر (۲۰۰۷) سهولت کار با جئوجبرا را در این می دانند که این نرم افزار، سعی در تلفیق راحتی کاربر DGS با امکانات چندمنظوره ی CAS را دارد.

به گفته ی هوهن وارتر مبتکر جئوجبرا و همکارانش (۲۰۰۸)، درحالی که نرم افزارهای دیگر سه حوزه ی هندسه، جبر و حسابان را به طور جدا از هم در نظر می گیرند، ایده ی اصلی جئوجبرا پیوند دادن این سه حوزه به یکدیگر و تبدیل آن به نرم افزاری واحد است که برای تدریس و یادگیری ریاضیات از دوره ی ابتدایی تا دانشگاه به سهولت قابل استفاده باشد. جئوجبرا به طور رایگان از طریق اینترنت قابل دسترس است و به گفته ی هوهن وارتر و همکاران (۲۰۰۸)، این برنامه توسط داوطلبان علاقه مند، به ۳۶ زبان مختلف ترجمه شده است.^۷ هم چنین، جامعه ی رو به گسترشی از کاربران این نرم افزار در سطح جهان تشکیل شده است.

Geo Gebra

به طور هم‌زمان، تغییرات در پنجره‌ی جبری قابل دیدن هستند. از طرف دیگر، اشیای جبری را می‌توان به کمک صفحه کلید تغییر داد که در این حال، این تغییرات به طور خودکار در اشیای مرتبط در هر دو پنجره نیز اعمال می‌شود. (شکل ۱)

این نرم‌افزار دارای نوار منو، نوار ابزار، نوار ورودی و نوار

در قرن حاضر، زندگی بشر بیش از هر پدیده‌ی دیگری تحت تأثیر فن‌آوری ارتباطات و اطلاعات (ICT) قرار گرفته است

کار در محیط جئوجبرا

فرآیند نصب جئوجبرا آسان است و در زمان کوتاهی انجام می‌شود، اما لازم است قبل از نصب جئوجبرا، برنامه‌ی جاوا اسکریپت^۸ را نیز نصب کنیم که آن هم به طور رایگان از طریق اینترنت قابل دستیابی است. هنگام نصب جئوجبرا، زبان نصب برنامه را انگلیسی انتخاب می‌کنیم ولی پس از نصب آن، می‌توانیم از طریق منوی انتخاب (option)، زبان برنامه را به فارسی تغییر دهیم. قابل ذکر است که نویسندگان این متن، در حال انجام پژوهشی در مورد امکان سنجی حضور تکنولوژی در کلاس‌های درس ریاضی هستند و برای این کار، برخی مفاهیم حسابان را به کمک این نرم‌افزار به دانش‌آموزان آموزش می‌دهند. انتظار می‌رود که نتایج این تحقیقات، آموزشگران ریاضی را قادر سازد تا بتوانند راجع به ویژگی‌ها و محدودیت‌های جئوجبرا در کلاس درس ریاضی اظهارنظرهای دقیق‌تری کنند.

در هر صورت، محیط جئوجبرا ساده و بدون دستورات و قواعد زیادی است به طوری که در نگاه نخست به سختی می‌توان باور کرد که یک چنین صفحه‌ی ساده و خلوتی دارای چنان مؤلفه‌های قدرتمندی باشد که بتوان این نرم‌افزار را در آموزش ریاضی، از دوره‌ی ابتدایی تا دانشگاه، مورد استفاده قرار داد. این صفحه شامل نمایش (پنجره‌ی) هندسی^۹، نمایش جبری و نمایش صفحه‌ی گسترده است که البته کاربر می‌تواند هریک از دو مورد آخر را ببندد و از آن‌ها استفاده نکند. اما وجود این سه قسمت است که به جئوجبرا قابلیت ارائه‌ی هر سه بازنمایی هندسی، جبری و عددی را می‌دهد و تلفیق این سه با یک دیگر درون یک نرم‌افزار، محیط یادگیری مناسبی را فراهم می‌نماید. به عنوان مثال، درحالی که کاربر به کمک ابزار دایره با تعیین مرکز و شعاع و تنها با کلیک کردن بر دو نقطه از صفحه، یک دایره را رسم می‌کند، می‌تواند هم‌زمان معادله‌ی آن را در قسمت جبری صفحه مشاهده نماید.

از این گذشته، در محیط جئوجبرا به راحتی می‌توان بین پنجره‌های مختلف حرکت کرد. به عنوان مثال، از یک طرف اشکال هندسی به کمک موس در پنجره‌ی هندسی قابل تغییرند و



شکل ۱. صفحه‌ی جئوجبرا

راهنما است (شکل ۱). بعضی نمادها (مانند حروف الفبای یونانی، توان، ...)، توابع و دستوره‌های آماده در قسمت پایین سمت راست قابل دست‌یابی هستند. جهت آشنایی با قسمت‌های مختلف این نرم‌افزار، و نحوه‌ی کار با آن مراحل انجام ۶ تکلیف متنوع آموزشی توسط این نرم‌افزار با جزئیات ضروری ارائه می‌شود که دو تکلیف اول، مربوط به بهینه‌سازی در درس حسابان سال سوم متوسطه رشته‌ی ریاضی-فیزیک است.

تکلیف ۱. کوتاه‌ترین طول سیم نگه‌دارنده

دو تیر برق به طول‌های ۱۲ و ۲۸ متر و به فاصله‌ی ۳۰ متر از یکدیگر قرار دارند که به وسیله‌ی دو سیم نگه‌داشته شده‌اند به طوری که هر دوی این سیم‌ها به نقطه‌ای در سطح زمین با میخ متصل شده‌اند. میخ را کجا بکوییم تا کم‌ترین مقدار سیم مصرف شود؟

حل. به روش‌های مختلفی می‌توان این مسئله را در محیط جئوجبرا مدل‌سازی کرد که در این جا، یک روش تحلیلی برای آن ارائه می‌کنیم:

۱. با کلیک کردن بر روی ابزار پاره‌خط معین، پاره‌خط OC را

Geo Gebra

ایده‌ی اصلی جئوجبرا، پیوند دادن سه حوزه‌ی هندسه، جبر و حسابان به یکدیگر و تبدیل آن به نرم‌افزاری واحد است که برای تدریس و یادگیری ریاضیات از دوره‌ی ابتدایی تا دانشگاه به سهولت قابل استفاده باشد

تکلیف ۲. مستطیل با محیط ثابت

مستطیلی با محیط ثابت ۴۰ سانتی متر مفروض است. ابعاد مستطیل را طوری مشخص کنید که مساحت آن ماکزیمم باشد.

حل.

۱. با کلیک بر روی ابزار لغزنده، لغزنده‌ای به نام a با دامنه‌ی تغییر ۰ تا ۴۰ تعریف می‌کنیم.

۲. در نوار ورودی، تایپ می‌کنیم $A = (a, 20 - a)$. مختصات A در واقع طول و عرض مستطیل هستند که باید مجموع آن‌ها ۲۰ سانتی متر باشد.

۳. با کلیک بر روی ابزار خط عمود، از A بر دو محور، عمودهایی رسم می‌کنیم.

۴. ابزار چندضلعی را انتخاب می‌کنیم و طبق دستور ظاهر شده بر روی نوار راهنما، روی تمام رئوس چهارضلعی مورد نظر و سپس مجدداً بر روی رأس اول کلیک می‌کنیم تا چهارضلعی $ABCD$ رسم شود که در آن، C بر مبدأ مختصات واقع است و B و D به ترتیب محل برخورد خط‌های عمود رسم شده از A بر محور x ها و y ها هستند.

۵. حال اگر مقدار لغزنده‌ی a را به طور دستی یا خودکار تغییر دهیم به تبع آن، مساحت مستطیل $ABCD$ تغییر می‌کند، درحالی که محیط آن به طور ثابت ۴۰ سانتی متر باقی می‌ماند و عدد مربوط به مساحت با هر تغییر، در پنجره‌ی جبری قابل مشاهده است و ملاحظه می‌کنیم که ماکزیمم مقدار مساحت ۱۰۰ سانتی متر مربع است.

۶. در صورت تمایل، می‌توانیم در نوار ورودی دستورهای $S = (a, e)$ و $e = a * (20 - a)$ را تایپ کنیم و سپس روی نقطه‌ی S ، راست کلیک کرده و گزینه‌ی ردگیری فعال را انتخاب کنیم. در این صورت، با تغییر ابعاد مستطیل $ABCD$ ، عدد مربوط به مقدار مساحت، بر روی یک سهمی حرکت می‌کند که نقطه‌ی ماکزیمم آن به راحتی قابل مشاهده است (شکل ۳).

به طول ۱۲ متر از مبدأ مختصات، منطبق بر محور y ها رسم می‌کنیم.

۲. به روش مشابه، پاره خط DE را به موازات OC از نقطه‌ی $D(0, 30)$ به طول ۲۸ متر رسم می‌کنیم.

۳. با کلیک کردن بر روی ابزار لغزنده، لغزنده‌ای به نام c با دامنه‌ی تغییرات ۰ تا ۳۰ تعریف می‌نماییم.

۴. با تایپ عبارت $M = (c, 0)$ در نوار ورودی، نقطه‌ی M را بر حسب c تعریف می‌کنیم.

۵. با کلیک روی ابزار پاره خط، پاره خط‌های CM و ME را تعریف می‌کنیم که نرم‌افزار به طور خودکار به ترتیب نام‌های d و e را به آن‌ها اختصاص می‌دهد.

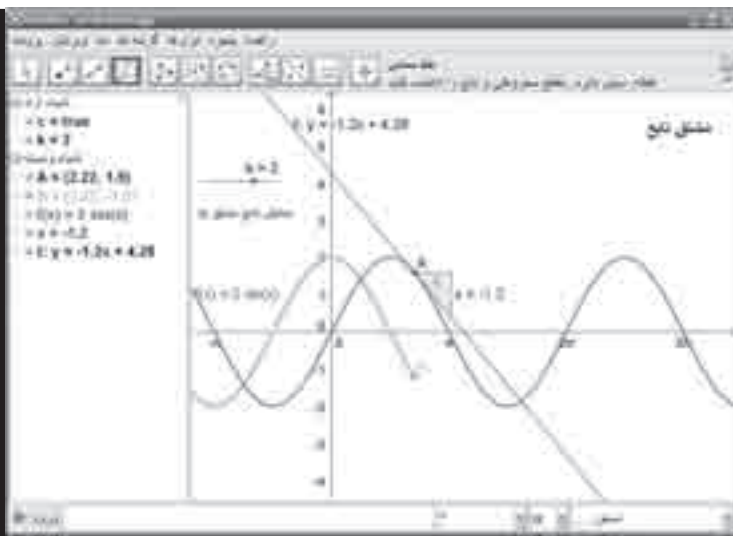
۶. با تایپ عبارت $f = e + d$ از نوار ورودی، طول سیم مورد نیاز را به عنوان متغیر f تعریف می‌کنیم.

۷. حال با تغییر مقدار c ، نقطه‌ی M بین دو نقطه‌ی O و D جابه‌جا می‌شود و مشاهده می‌کنیم که کم‌ترین مقدار سیم مورد نیاز ۵۰ است (در شکل ابعاد را تقسیم بر ۱۰ کرده‌ایم) و این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که نقطه‌ی M را در ۱۰ متری تیر برق کوچک تر در نظر بگیریم. حتی می‌توانیم با راست کلیک کردن روی لغزنده‌ی c و انتخاب گزینه‌ی متحرک کردن کاری کنیم که نقطه‌ی M به طور خودکار بین O و D جابه‌جا شود. هم چنین، با یک دستور ساده می‌توانیم طول سیم مورد نظر (f) را به عنوان نمودار یک تابع درجه‌ی ۲ مشاهده کرده و راحت تر مینیمم آن را مشاهده کنیم (شکل ۲).



شکل ۲. کوتاه‌ترین طول برای سیم

۵. بالاخره اگر در نوار ورودی عبارت $P = (x(A), s)$ را وارد کنیم و روی نقطه ی B راست کلیک کرده گزینه ی ردگیری فعال را انتخاب کنیم، درواقع B را به صورت یک نقطه ی شناور تعریف کرده ایم که با حرکت دادن A روی نمودار f ، مسیر حرکت B نمودار f' را رسم خواهد کرد (شکل ۴). به علاوه می توانیم یک جعبه ی انتخاب '۱' در صفحه قرار دهیم که در هر مرحله، کاربر تعیین کند که نمودار f' نمایش داده شود یا خیر.



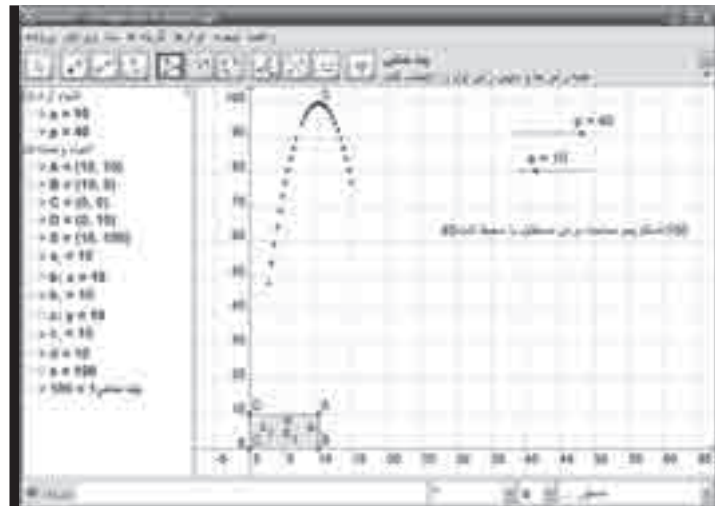
شکل ۴. نمودار تابع به همراه خط مماس بر آن و تابع مشتق

تکلیف ۴. مجموع بالا و پایین ریمان

مجموع بالا و پایین ریمان یک تابع را در بازه ی مورد نظر، به ازای افزایش آن بازه به n زیر بازه ی مساوی به دست آورید.

حل.

۱. ابزار لغزنده را انتخاب کرده و با کلیک بر یک نقطه از صفحه، لغزنده ای به نام n را با دامنه ی تغییر مثلاً (صفر) تا ۲۰۰ تعریف کنید.
۲. در نوار ورودی، یک تابع دلخواه مثلاً ضابطه ی تابع $f(x) = 0.3x^2$ را تایپ کنید.
۳. در نوار ورودی، دستور $u = \text{Uppersum}[f, 0, 4, n]$ را تایپ کنید که این دستور، مجموع بالای ریمان تابع دلخواه خود را در بازه ی 0 تا 4 برمی گرداند.
۴. اگر در نوار ورودی، دستور $l = \text{Lowersum}[f, 0, 4, n]$ را تایپ کنیم، مجموع پایین ریمان تابع f در این بازه را نیز مشاهده



شکل ۳. مستطیل با محیط ثابت

تکلیف ۳. مشتق به عنوان شیب خط مماس

استفاده از جئوجبرا منحصر به بحث بهینه سازی نیست و می توانیم برای انجام تکلیف در بخش های مختلف ریاضی از آن، کمک بگیریم.

معادله ی یک تابع را رسم کنید و در هر نقطه ی دلخواه، شیب خط مماس بر آن را به عنوان مشتق تابع در آن نقطه در نظر بگیرید و نمودار تابع مشتق را از این طریق رسم نمایید.

حل.

۱. در نوار ورودی، یک تابع دلخواه مثلاً $f(x) = \sin(x)$ را تایپ می کنیم.
۲. در نوار ورودی تایپ می کنیم $A = \text{Point}[f(x)]$. به این ترتیب، جئوجبرا تشخیص می دهد که این نقطه یعنی A ، یک شیء وابسته به تابع سینوس است، پس نقطه ی A را می توان روی نمودار حرکت داد.
۳. ابزار خط مماس را انتخاب کرده و سپس بر نقطه ی A کلیک می کنیم. خط مماس بر نمودار تابع در نقطه ی A رسم می شود و معادله ی آن را نیز در سمت چپ مشاهده می کنیم. با حرکت دادن A روی نمودار تابع، خط مماس هم حرکت می کند و معادله ی آن به طور پیوسته تغییر می کند.
۴. اگر ابزار شیب را انتخاب کرده و بر نقطه ی A کلیک کنیم، شیب خط مماس را هم می توانیم مشاهده کنیم که همان مشتق تابع f در نقطه ی A است و نرم افزار به طور خودکار این شیب را با s نمایش می دهد.

را به طور دستی یا خودکار تغییر داد. آن گاه، نتیجه را در پنجره‌ی هندسی مشاهده کنید (شکل ۶).

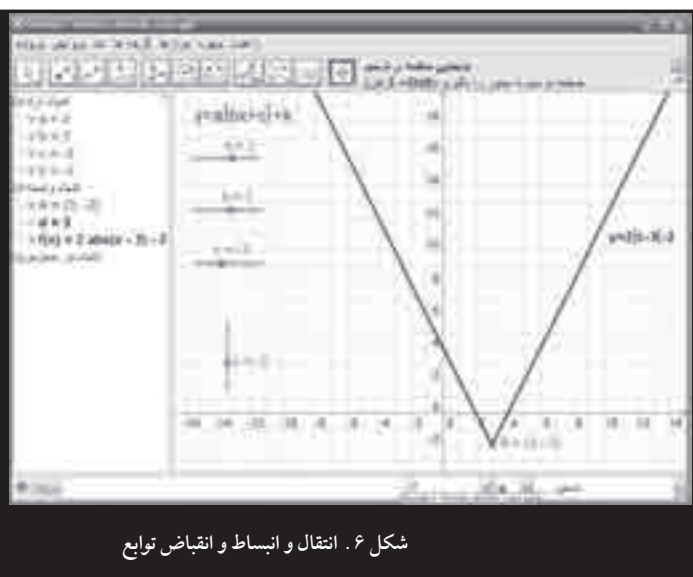
حل.

۱. ابزار لغزنده را انتخاب کرده و با کلیک بر روی چهار نقطه از صفحه، چهار لغزنده به نام‌های a ، b ، c و k در یک محدوده‌ی دلخواه مثلاً $10 - 10$ تا 10 تعریف کنید.

۲. دستور $d = -c/b$ را در نوار ورودی تایپ کنید تا طول رأس نمودار قدر مطلق به دست آید.

۳. با دستور $A = (d, k)$ ، مختصات رأس تابع قدر مطلق را برگردانید (نکته‌ی مورد توجه آن است که این دستورات بسیار شبیه آن چیزی است که در نمادگذاری ریاضی از آن‌ها استفاده می‌شود).

۴. تابع f را به صورت $f(x) = a * \text{abs}(bx + c) + k$ تعریف کنید که در آن، عبارت abs نشان‌دهنده‌ی تابع قدر مطلق است. حتی اگر * را هم که نشان‌دهنده‌ی ضرب است قرار ندهید، مشکلی پیش نمی‌آید و نرم‌افزار آن را تشخیص می‌دهد.



شکل ۶. انتقال و انبساط و انقباض توابع

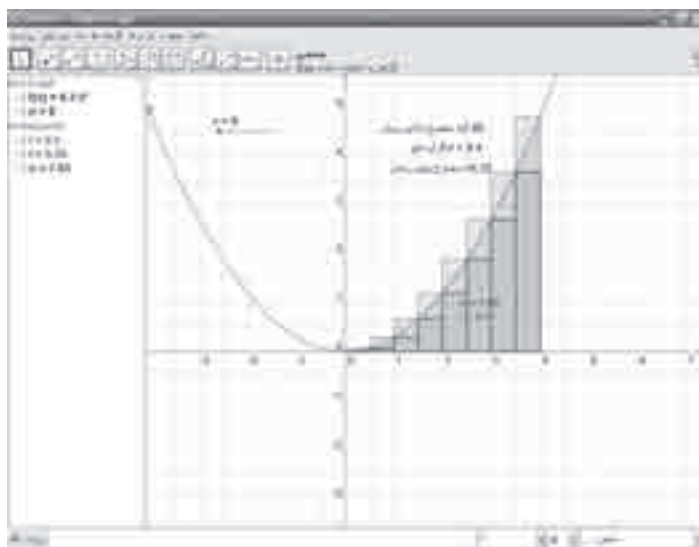
تکلیف ۶. دایره‌ی مثلثاتی

با استفاده از ابزار دایره با تعیین مرکز و شعاع، می‌توان دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و به شعاع یک تعریف کرد و یک نقطه مانند P را روی آن در نظر گرفت. سپس به کمک مختصات نقطه‌ی P ، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی α یعنی زاویه‌ی بین قسمت مثبت محور x ‌ها و پاره خط OP را تعریف نمود که جزئیات

خواهیم کرد. البته این دستورها به صورت آماده در جعبه‌ی پایین سمت راست صفحه هم وجود دارند که می‌توانیم به جای تایپ کردن دستور مورد نظر، آن را از جعبه‌ی گفته شده انتخاب کنیم.

۵. به علاوه، می‌توانیم دستور $i = \text{integral}[f, 0, 4]$ را نیز وارد کنیم تا مقدار انتگرال معین f در بازه‌ی 0 تا 4 را به دست آوریم.

پس از ایجاد فایل با این مشخصات، می‌توانیم مقدار لغزنده‌ی n را به طور دستی یا خودکار تغییر دهیم که در این صورت، مستطیل‌های محاطی و محیطی مربوط به نمودار، مرتباً تغییر می‌کنند و این باعث می‌شود که در هر لحظه، مجموع بالا و پایین ریمان تغییر کند. این کار کمک می‌کند تا دانش‌آموزان، تغییرات این مجموع را به طور پویا مشاهده کنند و ببینند که با افزایش n ، این دو مقدار به یک دیگر و در واقع به مقدار انتگرال f در این بازه، نزدیک و نزدیک‌تر می‌شوند.



شکل ۵. مجموع بالا و پایین ریمان و انتگرال معین تابع

تکلیف ۵. انتقال و انبساط و انقباض توابع

با استفاده از ابزار لغزنده که یکی از ویژگی‌های مهم نرم‌افزار جئوجبرا است، به راحتی می‌توانیم با انتقال یک تابع دلخواه در راستای محور x ‌ها یا y ‌ها و نیز انبساط یا انقباض تابع مورد نظر در راستای هریک از محورها، توابع دیگری را ایجاد کنیم و این مفاهیم را به کمک این نرم‌افزار، آموزش دهیم.

خانواده‌ای از توابع به شکل $y = a|bx + c| + k$ را تعریف کنید که در آن، a ، b ، c و k لغزنده‌هایی هستند که به دلخواه می‌توان دامنه‌ی تغییرات هریک از آن‌ها را تعریف کرد و مقدارشان

Geo Gebra

تکنولوژی، یادگیری ریاضی را تسهیل می کند، به تدریس ریاضی واقعی و کارا کمک می نماید و بر ریاضیاتی که تدریس می شود، تأثیر می گذارد

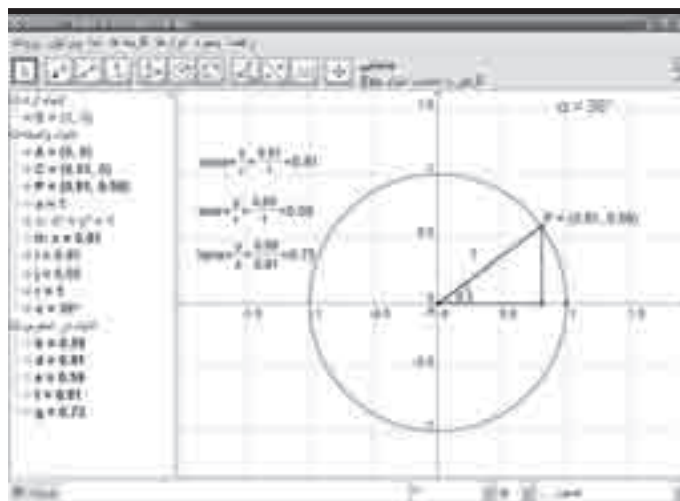
(www.GeoGebra.org/forum). به علاوه، معلمان و پژوهشگران ریاضی از سراسر جهان، در حال ایجاد یک مؤسسه بین المللی جئوجبرا می باشند تا از این طریق، به رشد حرفه ای معلمان ریاضی کمک کنند، بر روی جئوجبرا تحقیق نمایند و به بهبود نرم افزاری با کیفیت بالا که به طور رایگان برای همه قابل دسترس باشد، ادامه دهند.

به گفته ی هوهن وارتر و پری نر (۲۰۰۷a و ۲۰۰۷b)، جئوجبرا با سرعت روزافزونی در حال جذب طرفدارانی از تمام نقاط جهان به ویژه اروپا و آمریکای شمالی است. به عنوان مثال، هوهن وارتر و همکاران (۲۰۰۸) به گزارش یک طرح ملی استفاده از جئوجبرا در کشور اتریش جهت آموزش حسابان پرداخته اند. به گفته ی آن ها، در سال ۲۰۰۶ پروژه ای برای دبیرستان های اتریش اجرا شد که در آن، ساختارهای پویای جئوجبرا و اشکال تعاملی آن در ترکیب با یکدیگر، منجر به ایجاد محیط های یادگیری تعاملی شدند. دانش آموزان از طریق حمایت های معلمانشان و بهره گیری از انواع مواد آموزشی مانند کار-برگه های کاغذی، تکالیف تعاملی و آزمون های کلاسی، به سمت کشف مفاهیم مشتق و انتگرال هدایت شدند. هوهن وارتر و همکاران (۲۰۰۸) به نقل از امباچر (۲۰۰۶) به توضیح این مهم می پردازند که چگونه این محیط های یادگیری در دبیرستان های اتریش، با حضور چند صد دانش آموز مورد آزمایش و بررسی قرار گرفتند. دانش آموزان شرکت کننده در این پروژه، مواد درسی تعاملی و پویا را در تلاش خود برای فهمیدن و تجسم کردن مفاهیم زیربنایی ریاضی، سودمند تلقی کردند.

ماهیت open source بودن جئوجبرا، استلزامات مهمی برای آموزشگران دارد. جئوجبرا می تواند فرصت خوبی برای ایجاد محیط های خلاق یادگیری آنلاین ارائه دهد و بدین سبب، باعث شده است تا بسیاری از معلمان ریاضی، مواد درسی رایگان خود را در اینترنت به اشتراک بگذارند و هر کدام، به مجموعه ی وسیعی از مواد آموزشی دسترسی پیدا کنند. آن ها می توانند فایل ساخته شده ی خود را در GeoGebra Wiki قرار دهند یا یک کار-برگه ی آماده را انتخاب کنند و براساس نیاز شخصی خود، آن را تغییر دهند.

تحقیقات نشان می دهد که از نظر بسیاری از معلمان، تنها فراهم بودن تکنولوژی برای تلفیق آن با تدریس روزانه ی آن ها کافی نیست (کوبان و همکاران (۲۰۰۱) و روتوین و همکاران (۲۰۰۲) نقل شده در هوهن وارتر و همکاران، ۲۰۰۸، ص ۲).

انجام این تکلیف، به عهده ی خوانندگان محترم گذاشته می شود. ولی نمایش مربوط به این فایل را در زیر مشاهده می کنید (شکل ۷). با حرکت نقطه ی P روی دایره، اندازه ی زاویه ی α هم تغییر می کند و در هر تغییر، نسبت های مثلثاتی آن قابل مشاهده است.



شکل ۷. مشاهده ی نسبت های مثلثاتی به کمک دایره ی مثلثاتی

جمع بندی

نرم افزار جئوجبرا، به سبب سهولت استفاده و اتکای حداقلی به پیش نیازها، برای تمام دوره های تحصیلی قابل استفاده است و به این دلیل، کاربران آن به طور چشمگیری در حال افزایش اند. سخن پایانی این نوشته، اشاره به چرایی افزایش کاربران این نرم افزار و مزایای استفاده از آن در فرایند یاددهی-یادگیری ریاضی است.

افزایش کاربران جئوجبرا: در حال حاضر، سایت www.geogebra.org هر ماه، حدود ۳۰۰۰۰۰ بازدیدکننده از ۱۹۲ کشور دارد و برآورد می شود که بیش از ۱۰۰۰۰۰ آموزشگر یا معلم ریاضی در سراسر جهان، در تدریس خود از این نرم افزار بهره می گیرند. امروزه کاربران جئوجبرا جامعه ای خودکفا را تشکیل داده اند که از طریق بحث و گفت و گوهای آنلاین، از کاربران عضو این جامعه پشتیبانی می کنند

اما در عین حال، پژوهش‌ها نشان می‌دهند که آموزش کافی و حمایت‌های آکادمیک، می‌تواند باعث افزایش رغبت معلمان ریاضی برای تلفیق تکنولوژی با تدریس ریاضی خود و ایجاد فعالیت‌های تدریسی موفق با کمک تکنولوژی می‌شود (بکر و همکاران ۱۹۹۹)، نقل شده در هوهن وارتو و همکاران (۲۰۰۸)، ص ۲.

مزایای جئوجبرا برای دانش‌آموزان و آموزشگران ریاضی:
هوهن وارتو و همکاران (۲۰۰۸) ادعا می‌کنند که جئوجبرا را می‌توان به شکل‌های مختلف در تدریس به کار برد. به طور مثال، در محیط جئوجبرا معلمان می‌توانند فایل‌های از پیش ساخته‌ی خود را در تدریسشان مورد استفاده قرار دهند؛ فایل‌هایی که می‌توان آن‌ها را در چند دقیقه آماده کرد یا حتی در حین تدریس طراحی نمود (تدریس معلم-محور). از طرف دیگر، دانش‌آموزان نیز می‌توانند به دو شیوه جئوجبرا را به خدمت بگیرند. ممکن است آن‌ها به کمک تمرین‌هایی که روی کاغذ توسط معلمشان طراحی شده، خود فایل‌های مورد نظر را بسازند، یا این که از فایل‌های ساخته شده‌ی معلم خود استفاده نمایند (تدریس دانش‌آموز-محور).

از طرف دیگر، کری سانتو^{۱۱} (۲۰۰۸) معتقد است در استفاده‌ی کلاسی از جئوجبرا، سه جنبه‌ی مهارت‌ها، پداگوژی و برنامه‌ی درسی مورد توجه است. معلمان باید بدانند جئوجبرا چگونه کار می‌کند و چگونه می‌توانند آن را به طور مؤثری با برنامه‌ی درسی و کلاسی خود تلفیق نمایند. او در ادامه توضیح می‌دهد که جئوجبرا را می‌توان به روش‌های زیر، در تدریس و یادگیری ریاضی به کار برد:

- ابزار رسم؛

- بررسی و کشف مفاهیم ریاضی از طریق خلق یک فضای یادگیری مناسب؛

- آماده کردن مواد تدریسی از طریق استفاده از جئوجبرا به عنوان

ابزار کمکی، گفتمانی و بازنمایی (هوهن وارتو و فوچی ۲۰۰۴)، نقل شده در کری سانتو (۲۰۰۸).

جئوجبرا برای اهداف آموزشی طراحی شده است و محیط آن از نظر ریاضی بسیار غنی است، به طوری که دانش‌آموزان در این محیط، بازخوردهای دیداری و مفهومی را فوری دریافت می‌کنند و این درواقع، پاداش آن‌ها برای حل مسئله است و آن‌ها می‌توانند حل خود را به صورت گرافیکی و جبری بررسی کنند.

هم‌چنین، جئوجبرا این امکان را دارد که کاربران بتوانند گام به گام، چگونگی ساخته شدن یک ابزار را مشاهده کنند. علاوه بر این، جئوجبرا برای آموزشگران و معلمان ریاضی نیز فرصت با ارزشی ایجاد می‌کند تا تمام گام‌های دانش‌آموزان را در یک فایل دنبال کرده و تمام انتخاب‌ها و اعمال آن‌ها را پیگیری کنند. معلمان از طریق پیگیری آشکالی که دانش‌آموزان رسم کرده‌اند، می‌توانند استراتژی‌های انتخابی حل مسئله و بدفهمی آن‌ها را شناسایی کرده و با مداخله‌های به جای آموزشی، به ارتقای یادگیری ریاضی ایشان کمک کنند.

سخن پایانی

نسخه‌ی اولیه‌ی جئوجبرا در سال ۲۰۰۲، پروژه‌ی پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی مارکوس هوهن وارتو در دانشگاه سالزبرگ اتریش بود و در حال حاضر، توسط صدها هزار معلم و دانش‌آموز در سراسر دنیا در کلاس درس و منزل مورد استفاده قرار گرفته است. این برنامه در سال ۲۰۰۲ جایزه‌ی نرم‌افزار آکادمیک اروپا را از آن خود کرد. توسعه‌ی بیش‌تر جئوجبرا توسط هوهن وارتو باعث شد که آکادمی علوم اتریش، بورس دوره‌ی دکتری را به او اعطا کند. از سال ۲۰۰۶ توسعه‌ی جئوجبرا در دانشگاه فلوریدای آمریکا ادامه یافت، جایی که هوهن وارتو در پروژه‌ی تربیت معلم بنیاد ملی علوم^{۱۲} کار می‌کرد (پری‌نر، ۲۰۰۸).

به طور خلاصه، می‌توان گفت جئوجبرا سه حوزه‌ی هندسه، جبر و حسابان را با هم تلفیق کرده و حامی بازنمایی‌های هندسی، جبری و عددی است. جئوجبرا به سه دلیل رایگان بودن، آسانی کاربرد و امکان ایجاد محیط فارسی، قابل آموزش به معلمان ریاضی در مدت کوتاهی است تا عملاً در کلاس‌های درس خود از آن استفاده کنند. دانش‌آموزان هم می‌توانند در طول یک یا دو جلسه، استفاده از جئوجبرا را آموخته و مسائل ریاضی خود را با آن حل کنند.

به دلیل پویایی و تعاملی بودن زیاد محیط جئوجبرا، معرفی کامل آن در قالب یک مقاله، کار آسانی نیست و بهتر است این کار از طریق برگزاری کارگاه‌های آموزشی متعدد صورت پذیرد. در هر حال، امید است که این مقاله، انگیزه‌ای باشد برای آن که معلمان ریاضی علاقه‌مند، جئوجبرا را روی کامپیوترهای خویش نصب کرده و در کارهای آموزشی و پژوهشی خود، از این نرم‌افزار استفاده نمایند. این برنامه، راهنمای نسبتاً کاملی هم دارد که به

منابع

۱. سرشتی، حمیده (۱۳۸۴). نقش تکنولوژی در ارتقای مفاهیم ریاضی عمومی. پایان نامه‌ی منتشر نشده‌ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشکده‌ی علوم ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی. تهران.
2. Escribano, J; Botana, F. & Ab'anades, M. A. (2010). Adding Remote Computational Capabilities to Dynamic Geometry Systems. *Mathematics and Computers in Simulation* 80 1177-1184.
3. Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. Kreis, Y. Lavicza, Zsolt. (2008). Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra. *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education, ICME 11*, Mexico.
4. Hohenwater. M. & Preiner J. (2007a): Dynamic Mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and Its Applications*. Vol. 7, Article ID 1448.
5. Hohenwater. M. & Preiner, J. (2007b). Journal of Online Mathematics and Its Applications. Vol. 7, Article ID 1574.
6. Kissane, Barry. Lim (2007). Teaching and Learning Elementary Calculus Concepts With a Graphic Calculator. In Chap Sam, Fatimah Saleh, Munirah Ghazali, Hajar Sulaiman, Yunus Hashimah Mohd. Gan We Ling & Hwa Tee Young (Eds.) *Proceedings of the Fourth East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (pp 243-250). Universiti Sains Malaysia, Penang. [ISBN 978-983-2700-45-6].
7. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Author.
8. Chrysanthou, I. (2008). *The Use of ICT In Primary Mathematics in Cyprus: The Case of GeoGebra*, UnPublished Master Thesis. University of Cambridge, UK.

زبان فارسی نیز قابل دستیابی و استفاده است و این ویژگی، باعث می‌شود کاربران بتوانند به طور خودآموز، از این نرم افزار استفاده کنند. اما از محدودیت‌های این برنامه، می‌توان به ناتوانی آن در رسم اشکال سه بعدی اشاره کرد. البته برای جئوجبرا این کار، کاملاً هم غیرممکن نیست اما به سختی می‌توان اشکال سه بعدی را در آن رسم کرد. البته، از جمله برنامه‌های توسعه‌ی بعدی جئوجبرا، ایجاد قابلیت رسم اشکال سه بعدی با سهولت بیش تر است.

Geo Gebra

پی‌نوشت

1. National Council of Teachers of Mathematics
2. Computer Aglebra System
3. Dynamic Geometric System
4. Dynamic Mathematics Software
5. Geo Gebra
۶. نرم افزاری که کدهای برنامه نویسی آن در دسترس کاربران باشد به طوری که بتوانند آن را بخوانند، در آن تغییراتی ایجاد کنند و نسخه‌ی جدیدی از نرم افزار را براساس آن تغییرات تولید نمایند. (BECTA، ۲۰۰۵، P2؛ نقل شده در کری سانتو، ۲۰۰۸، صفحه ۲۶).
۷. در ایران نیز مؤسسه‌ی تبیان این نرم افزار را به فارسی ترجمه کرده است.
8. Java Script
9. Geometric View
10. Check box
11. Chrysanthou
12. National Science Foundation (NSF)

در شماره‌ی ۹۸ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، چند اشتباه وجود دارد که بدین وسیله، آن‌ها را اصلاح می‌کنیم و از نویسندگی مقاله، آقای علی غلامیان، پوزش می‌طلبیم:

صفحه‌ی ۳۱، ستون اول، سطر آخر، (۴) باید (۴)' باشد؛

صفحه‌ی ۳۱، ستون دوم، سطر پانزده، انتهای سطر، (۴) باید (۴)' باشد؛

صفحه‌ی ۳۲، ستون دوم، سطر چهارم، $\lim(1 + \frac{1}{x})(1 + \frac{1}{y})(1 + \frac{1}{z}) \leq 64$ صحیح است؛

صفحه‌ی ۳۳، سؤال ۱، قسمت (پ)، $3\sqrt{3p}$ صحیح است؛

صفحه‌ی ۳۳، سؤال ۳، $x^x \geq (\frac{x+1}{2})^{x+1}$ صحیح است.



تانژانت

چه زاویه‌ای ۱۰۰۰ است؟

با تشکر از ماشین حساب!

حسین غفاری

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و دبیر ریاضی شهری

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه‌ی نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم چنان ادامه پیدا می‌کند. از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند. رشد آموزش ریاضی

یکی از تمرین‌های صفحه‌ی ۱۴۳ کتاب درسی ریاضی اول دبیرستان، از دانش‌آموزان می‌خواهد تانژانت زاویه‌های ۲۳، ۳۰، ۴۰، ۴۵ و ۶۰ درجه را محاسبه و در جدولی یادداشت کنند. در این تمرین، پیشنهاد شده است که محاسبه‌ی تانژانت به طور تقریبی و با استفاده از رسم مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌گیری اضلاع مثلث با خط‌کش و محاسبه‌ی نسبت‌ها انجام شود. تمرین بعد از دانش‌آموزان می‌خواهد با توجه به جدول به دست آمده، بگویند که با بزرگ‌تر شدن اندازه‌ی زاویه‌ی حاده، تانژانت آن چگونه تغییر می‌کند؟

وقتی از دانش‌آموزان خواستم پاسخ‌های خود را به این سؤال در کلاس به بحث بگذارند، پاسخ اغلب دانش‌آموزان این بود که «با بزرگ‌تر شدن زاویه‌ی حاده، تانژانت آن نیز بزرگ می‌شود»؛ جوابی که احتمالاً نویسندگان کتاب نیز انتظار داشته‌اند، زیرا این نتیجه‌گیری با توجه به

شکلی که در تمرین بعد آمده، قانع‌کننده و کافی به نظر می‌رسید. اما یکی از دانش‌آموزان پرسید: «تانژانت چه قدر بزرگ می‌شود؟ یعنی تانژانت زاویه‌ی حاده حداکثر چه قدر است؟» بعضی از دانش‌آموزان گفتند: «خیلی!» بعضی‌ها گفتند: «بی‌نهایت!» پرسیدم: «بی‌نهایت یعنی چه عددی؟» گفتند: «عدد خیلی بزرگ». برای این که بحث کمی عملی‌تر و واقعی‌تر شود، گفتم: «پس باید بتوان زاویه‌ای پیدا کرد که تانژانت آن برابر با ۱۰۰۰ باشد.»

دانش‌آموزان برای بررسی این ادعا، یک مثلث قائم‌الزاویه کشیدند؛ بعضی روی کاغذ و بعضی در ذهن. به نظر آن‌ها نسبت اضلاع قائمه‌ی آن مثلث، ۱۰۰۰ نبود. درواقع آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با رسم مثلث، بعید است به جواب این سؤال برسند. بعضی از دانش‌آموزان به یاد داشتند که جدول نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های مختلف در کتاب فیزیک آمده است. بنابراین، برای جواب دادن به سؤال، سراغ کتاب فیزیک رفتند. دانش‌آموزان با مشاهده‌ی جدول انتهایی کتاب کمی جا خوردند. چرا که در ستون تانژانت و در مقابل زاویه‌ی ۸۹ درجه که از نظر خیلی از آن‌ها بزرگترین زاویه‌ی حاده بود، عدد نسبتاً کوچک ۲۸۹/۵۷ نوشته شده بود.

درواقع، این عددی نبود که آن‌ها انتظارش را می‌کشیدند؛ چرا که دنبال عددی می‌گشتند که در حدود ۲۰ برابر این عدد بود. یعنی باید زاویه‌ای پیدا می‌کردند که تانژانت آن در حدود ۲۰ برابر تانژانت زاویه‌ی ۸۹ درجه باشد.

در جریان بحث در مورد این موضوع، ابتدا این سؤال مطرح شد که آیا زاویه‌ی حاده‌ای بزرگ‌تر از ۸۹ درجه وجود دارد؟ تعدادی از دانش‌آموزان به زاویه‌ای بزرگ‌تر از ۹۰ درجه فکر کردند ولی خیلی زود فهمیدند که زاویه نباید از ۹۰ درجه بیش‌تر باشد و به فکر زاویه‌ی ۸۹ درجه و خرده‌ای افتادند.

برای آن‌ها، شرایط دشوارتر شده بود؛ چرا که با نقاله‌ای که داشتند،



شده بود. آن‌ها احساس می‌کردند که هر عدد بزرگی که به آن‌ها داده شود، می‌توانند زاویه‌ای حاده پیدا کنند که تانژانت آن زاویه با آن عدد بزرگ برابر شود. در واقع، دانش‌آموزان به مفهوم حد بی‌نهایت نزدیک شده بودند.... در این میان، آن‌ها هم چنین افزایش سرعت رشد تانژانت زاویه را وقتی که مقدار زاویه به 90° درجه نزدیک‌تر می‌شد نیز، تجربه می‌کردند.

قدردانی دانش‌آموزان از ماشین حساب را هم می‌شد در چشم‌ها و هم در حرف‌هایشان خواند. فکر می‌کنم من هم یک تشکر به جناب ماشین حساب بدهکار شدم!

نمی‌توانستند زاویه‌ی حاده‌ای بزرگتر از 89° درجه رسم کنند! در این جا بود که بعضی از دانش‌آموزان با تردید اسم ماشین حساب را آوردند و با شک و تردید از من پرسیدند: «می‌شه از ماشین حساب استفاده کنیم؟» من که منتظر شنیدن چنین پیشنهادی بودم، از آن استقبال کردم و متوجه شدم که تعداد قابل ملاحظه‌ای از دانش‌آموزان ماشین حساب‌های مهندسی دارند که به وسیله‌ی آن می‌توانند به راحتی نسبت‌های مثلثاتی و معکوس‌های آن‌ها را محاسبه کنند.

از آن جا که دانش‌آموزان تابع معکوس تانژانت را نمی‌شناختند، از دستور $\tan^{-1}$ که روی کلیدهای ماشین حساب دیده می‌شد استفاده نکردند و دنبال یافتن جواب، از راه سعی و خطا بودند. آن‌ها با هیجان زیادی تانژانت زاویه‌ی $89/5^\circ$ درجه را محاسبه کردند و به عدد $588.../114$ رسیدند و متوجه شدند که باید زاویه‌ی بزرگتری را انتخاب کنند. بزرگترین زاویه‌ای که به ذهنشان رسید یعنی زاویه‌ی $89/9^\circ$ درجه را آزمودند، اما جواب $527/957.../1000$ بود که هنوز کوچک‌تر از 1000 بود. زاویه‌ی بعدی زاویه‌ی $89/99^\circ$ درجه بود که سربلند از پس آزمون برآمد! تانژانت این زاویه $5729/577.../1000$ بود. بنابراین آن‌ها زاویه‌ای پیدا کردند که تانژانت آن بیش از 1000 بود. حالا دانش‌آموزان دریافته بودند که زاویه‌ی مورد نظر باید بین دو زاویه‌ی $89/9^\circ$ و $89/99^\circ$ درجه باشد....

برای لحظات طولانی، کاری با کلاس نداشتم و فقط مشاهده می‌کردم؛ بعضی‌ها سعی می‌کردند زاویه‌ی مورد نظر را با دقت بیشتری محاسبه کنند، بعضی‌ها درباره‌ی اتفاق جالبی که شاهدش بودند صحبت می‌کردند. بعضی‌ها تانژانت زاویه‌های بزرگتر را محاسبه می‌کردند....

بعد از چند دقیقه گفتم، «راستی! بالاخره تانژانت یک زاویه‌ی حاده حداکثر چه قدر است؟» باز هم از دانش‌آموزان همان جواب بی‌نهایت را شنیدم؛ اما این بار با اطمینان بیش‌تری جواب می‌دادند. پرسیدم: «یعنی می‌توانید زاویه‌ی حاده‌ای پیدا کنید که تانژانت آن یک میلیارد باشد؟»

دانش‌آموزان دست به کار شدند و به ترتیب زاویه‌های $89/999^\circ$ و $89/9999^\circ$ و... را آزمودند تا این که پس از چند ثانیه یکی گفت: «اگر هشت تا ۹ بعد از ممیز بگذاریم، تانژانت آن زاویه می‌شود پنج میلیارد و خرده‌ای.»

شاید اگر پیش از این از دانش‌آموزان می‌پرسیدیم که زاویه‌ی $89/99^\circ$ درجه چه قدر با زاویه‌ی $89/999^\circ$ درجه اختلاف دارد، آن‌ها تفاوت زیادی بین این دو زاویه نمی‌دیدند و این دو را تقریباً یکی می‌دانستند، اما پس از این اتفاقات، این زاویه‌ها از نظر آن‌ها تفاوت‌های معناداری پیدا کرده بودند.

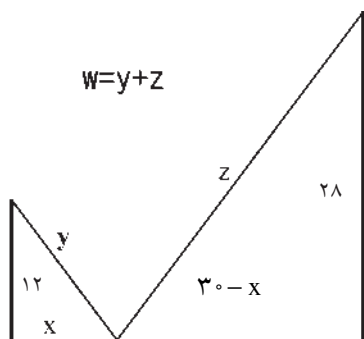
هم چنین، برای دانش‌آموزان جواب این سؤال که «آیا مقدار تانژانت یک زاویه‌ی حاده هر چه قدر که بخواهیم بزرگتر می‌شود؟» ملموس‌تر



تغییر شکل؛ راهبردی برای حل مسئله

قاسم حسین قنبری

دبیر ریاضی دبیرستان سعادت سمنان



شکل ۱

چکیده

یکی از راهبردهای حل مسئله، رسم شکل است و توصیه می شود که برای حل مسئله شکل مناسبی رسم شود. اما فقط رسم شکل کافی نیست و در برخی از مسئله ها با تغییر شکل مناسب، مسئله راحت تر حل می گردد. البته این تغییر، به نگاه شخص و تسلط او بر موضوع بستگی دارد. در این مقاله، به حل چند مسئله با استفاده از این راهبرد پرداخته می شود.

کلیدواژه ها: راهبرد حل مسئله، تغییر شکل.

اولین مسئله ای که مورد بررسی قرار می گیرد، یافتن طول می نیم در صفحه ی ۱۶۶ کتاب حسابان سال سوم رشته ی ریاضی - فیزیک نظام جدید آموزش متوسطه است.

مسئله ی ۱. طول می نیم

دو تیر برق به فاصله ی ۳۰ متر از هم قرار دارند. ارتفاع یکی ۱۲ متر و دیگری برابر ۲۸ متر است. این دو تیر می بایست توسط دو سیم نگه داشته شوند به طوری که هر دو به نقطه ای در سطح زمین (با میخ) متصل شده و سر دیگر آن ها به انتهای هر تیر برسد. میخ را در کجا بکوییم تا کمترین مقدار سیم مصرف شود؟

روش اول: استفاده از مشتق

حل. فرض کنیم w طول سیمی باشد که می بایست می نیم شود. با استفاده از شکل ۱ داریم

$$w = y + z$$

با دو بار استفاده از قضیه ی فیثاغورس، w بر حسب x به صورت زیر محاسبه می شود

$$w = \sqrt{x^2 + 144} + \sqrt{x^2 - 60x + 1684}, \quad 0 \leq x \leq 30$$

از w مشتق می گیریم

$$w' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 144}} + \frac{x - 30}{\sqrt{x^2 - 60x + 1684}}$$

مشتق را مساوی صفر قرار می دهیم

$$x^2(x^2 - 60x + 1384) = (30 - x)^2(x^2 + 144)$$

پس از ساده شدن، به معادله ی

$$320(x - 9)(2x + 45) = 0$$

می رسیم.

جواب مثبت این معادله ۹ است و با در نظر گرفتن نقاط

بحرانی داریم

$$w(0) = 53/4$$

$$w(9) = 50$$

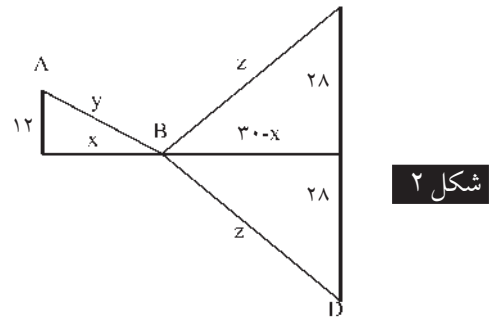
$$w(30) = 60/31$$

یعنی سیم باید در فاصله ی ۹ متری تیر ۱۲ متری به زمین متصل گردد و طول آن ۵۰ متر باشد.

مسئله‌ی فوق هر چند مثال خوبی برای مبحث کاربرد مشتق است، ولی این راه حل، بهترین نیست. حال با تغییر شکل، به راه حل دیگری دست می یابیم.

روش دوم: تغییر شکل

در این روش، شکل را عوض کرده و از خاصیت بازتاب استفاده می کنیم (شکل ۲).



شکل ۲

با توجه به خاصیت بازتاب، طول مسیر ABC و مسیر ABD برابر است، و می دانیم که کوتاه ترین مسیر بین دو نقطه، خط راست است. پس محل برخورد پاره خط AD با خط افق، محل اتصال با زمین بوده و طول آن کوتاه ترین می باشد. با توجه به این موضوع، در معادله ی خط AD، y را صفر قرار می دهیم

$$y = 12 + \frac{-4}{3}x \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 9$$

در ضمن با کمک قضیه ی فیثاغورس، طول AD به دست می آید.

$$AD = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50$$

به عبارتی، با یک تغییر شکل، راه حل مسئله کوتاه شده و بدون استفاده از ابزار مشتق، با ظرافت حل می شود و بدین سبب، در پایه های پایین تر نیز قابلیت طرح را پیدا می کند. یعنی با استفاده از این راهبرد، مسئله ای از سال سوم متوسطه به مسئله ای برای سال سوم راهنمایی تغییر پیدا کرد.

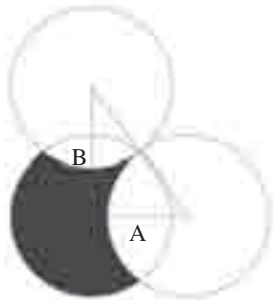
این مسئله، روایت های دیگری نیز دارد که به نمونه ای از آن، اشاره می کنم:

«روایت کرده اند که زن شیر دوشی در ساحل رودخانه ای زندگی می کرد. او گاوش را در همان طرف رودخانه در فاصله ای دورتر به درخت می بست. زن شیر دوش برای دوشیدن شیر گاو هر روز فاصله ی بین خانه و باربند گاوش را طی می کرد. ضمناً

هر بار می بایست خود را به کنار رودخانه برساند و ظرف شیردوشی را در آب رودخانه بشوید و سپس به باربند گاوش برود. او می دانست که مسیرهای زیادی از خانه به رودخانه و باربند وجود دارد. اگرچه او از این نکته ی جالب و مهم هم آگاهی داشت که در بین همه ی این مسیرها، مسیری وجود دارد که از همه کوتاه تر است، ولی نمی دانست آن را چگونه می تواند بیابد. اگر می توانید به او کمک کنید.»

مسئله ی ۲. مسئله ای از سؤالات آزمون مرحله ی اول المپیاد مقدماتی ریاضی کشور در سال ۱۳۸۰

سه دایره ی C_1 و C_2 و C_3 به شعاع ۵ و مراکز O_1 و O_2 و O_3 و $O_1O_2 = 6$ و $O_1O_3 = 8$ قرار گرفته اند که O_1O_2 بر O_1O_3 عمود است. مساحت ناحیه ای از C_1 که با C_2 و C_3 تداخل ندارد، چقدر است؟
حل. با توجه به ساختار مسئله ابتدا باید شکل دقیقی رسم کنیم (شکل ۳).



شکل ۳

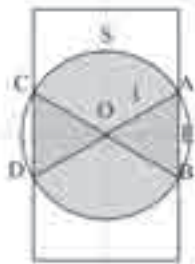
هدف، محاسبه ی مساحت قسمت تیره رنگ می باشد که شکل منظمی ندارد. حال کمی شکل را تغییر می دهیم (شکل ۴).



شکل ۴

مساحت مورد نظر برابر است با مساحت دایره منهای مساحت قسمت های A و B. با توجه به تقارن، مساحت مورد نظر برابر است با مساحت دایره منهای مساحت ناحیه ی خاکستری.

می کند در دو حالت حداکثر یک متر است. پس آن را حساب می کنیم. دوباره شکل را تغییر می دهیم و شکل جدید را به قسمت های مناسب تقسیم می کنیم.



شکل ۸

$$OA = 1, OE = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AE = \frac{1}{2}$$

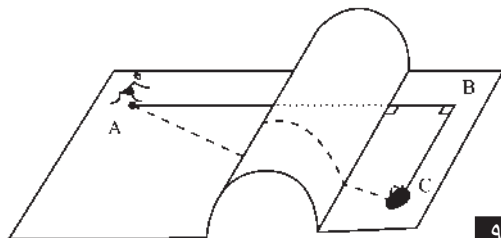
اما در مثلث OAE، ضلع روبه رو به وتر نصف وتر است. پس زاویه ی AOE، ۳۰ درجه و کمان AOS، ۶۰ درجه می باشد. شکل از دو مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱ متر و دو قطاع دایره به زاویه ی ۱۲۰ درجه تشکیل شده است که با هم،

$\frac{2}{3}\pi$ مساحت دایره را تشکیل می دهند، یعنی $\frac{2}{3}\pi$. بنابراین

$$S = 2S_{AOB} + 2S_{AOC} = \frac{2}{3}\pi + 2\left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1\right) = \frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مسئله ی ۴. مورچه و مورچه خوار

در شکل ۹، مثلث ABC قائم الزاویه است. ($\hat{B} = 90^\circ$) و $AB = 10 - \pi$ و $BC = 6$. نیم استوانه ای با شعاع واحد و محور عمود بر AB، بین نقاط A و C مانع شده است. مورچه از ترس مورچه خوار باید هرچه سریع تر از نقطه ی A به لانه اش در نقطه ی C برود. طول کوتاه ترین مسیر ممکن را حساب کنید.



شکل ۹

حل. برای حل مسئله، صفحه ی کاغذ را در امتداد AB کشیده آن را صاف می کنیم. با توجه به این که محیط استوانه 2π است،

بنابراین، با یک تغییر شکل، مسئله حل می شود (شکل ۵) و جواب، برابر است با مساحت مستطیلی به طول ۸ و عرض ۶.



شکل ۵

مسئله ی ۳. حشره

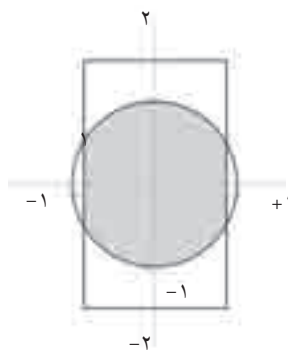
حشره ای را با نخ به طول ۱ متر، به وسط یک استوانه به ارتفاع ۳ و محیط قاعده ی $\sqrt{3}$ متر، از بیرون بسته ایم! مساحت قسمتی از استوانه که حشره می تواند به آن برود چقدر است؟



شکل ۶

حل. اگر استوانه وجود نداشته باشد، قسمت هایی که حشره می تواند پرواز کند درون یک کره به شعاع ۱ متر است و وقتی استوانه در فضای موجود قرار گیرد، مساحت موردنظر درون کره واقع می شود. برای پیدا کردن این مساحت، روش معلومی وجود ندارد. به این منظور، شکل را تغییر می دهیم.

برای تغییر شکل، از نقطه ی مقابل محل اتصال نخ، خطی موازی محور استوانه رسم کرده و استوانه را به یک مستطیل تبدیل می کنیم.



شکل ۷

با این تبدیل، قسمت هایی از مستطیل که درون دایره قرار دارد، مساحت موردنظر است. چرا که حشره مسافتی که طی

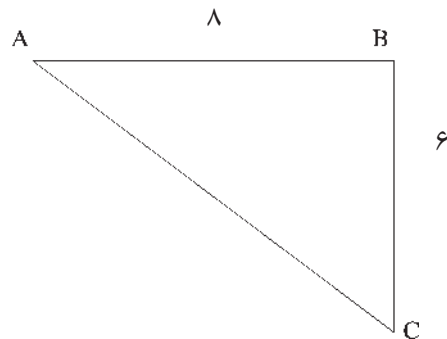
در شکل جدید (شکل ۱۰) داریم

$$BC = 6, AB = 10 - \pi - 2 + \frac{2\pi}{2} = 8$$

پس با توجه به قضیه ی فیثاغورس

$$AC = 10$$

حال پاه خط AC را رنگ آمیزی کرده و شکل را به حالت اول برمی گردانیم. مسیر بر روی استوانه معلوم می شود و طول آن، ۱۰ است.



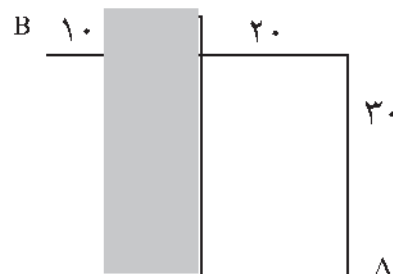
شکل ۱۰

جمع بندی

حال این سؤال مطرح می شود که آیا هر تغییر شکلی مجاز است؟
برای پاسخ به این سؤال، مسئله ی زیر را در نظر می گیریم.

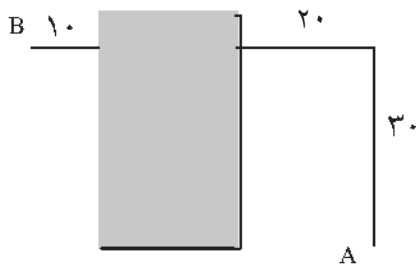
مسئله ی ۵. مطابق شکل، یک دونه در نقطه ی A قرار دارد و می خواهد در کم ترین زمان ممکن، خود را به نقطه ی B برساند. در مسیر حرکت او، یک جاده ی گلی وجود دارد که باعث می شود سرعت حرکت دونه حین گذر از آن، به نصف کاهش یابد. سرعت حرکت دونه روی آسفالت ۱۰ متر بر ثانیه است. کم ترین زمان ممکن را که دونه برای رسیدن به نقطه ی B لازم دارد، پیدا کنید.

گزینه های پیشنهادی این سؤال $\sqrt{20}$ ، $\sqrt{34}$ ، $\sqrt{30}$ ، $\sqrt{26}$ و ۵ می باشند.



شکل ۱۱

راه حل اول. چون سرعت در منطقه ی گل آلود نصف می شود، پس عرض این ناحیه را دو برابر می کنیم تا با همان سرعت قبل در این ناحیه حرکت کند. (شکل ۱۲)



شکل ۱۲

با این تغییر شکل، جواب $\sqrt{34}$ می باشد که نادرست است. دلیل این است که تبدیلی که انجام داده ایم فقط در صورتی درست است که حرکت فقط افقی باشد و حرکت هایی که در سایر جهت ها صورت بگیرند، با این تبدیل جور در نمی آیند. به عبارتی، این تبدیل طول را حفظ نمی کند. پس برای رفع این مشکل، تمام ابعاد شکل را دو برابر می کنیم و فرض می کنیم دونه در کل مسیر با یک سرعت حرکت کند. در این صورت، کوتاه ترین مسیر خط AB است و کوتاه ترین زمان $\sqrt{51}$ می شود که جزء گزینه ها نیست. این نشان می دهد این تغییر شکل ها، نادرست هستند.

آیا تغییر شکل در مسئله ی مورچه و مورچه خوار طول را حفظ می کند؟

در این مسئله، تغییر شکل فقط در نیم استوانه است و سایر قسمت ها تغییری نکرده است. به عبارتی، خطی فرضی از A به C در نظر گرفته ایم و فقط روی نیم استوانه با تبدیل آن به مستطیل، کوتاه ترین مسیر را یافته ایم.

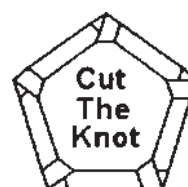
مسئله ی پل های کونیسبرگ نیز از جمله مسائلی است که با تغییر شکل حل می شوند.

از مسائل بالا می توان نتیجه گرفت که تغییر شکل در بسیاری از موارد سبب می شود که مسئله راحت تر حل شود، اما باید دقت کرد که هر تغییر شکلی مجاز نیست. به عبارتی، تغییر شکل باید با توجه به ساختار مسئله صورت بگیرد.

منابع

۱. بیژن زاده، حسین؛ فرشادی، غلامعلی؛ ایلخانی پور، یدالله (۱۳۸۷). حسابان. شرکت چاپ و نشر کتب درسی.
۲. رستگار، آرش؛ حاجی بابایی، جواد. (۱۳۸۳). آموزش هنر حل مسئله. شرکت چاپ و نشر کتب درسی.

«گره را ببر»!



بهزاد اسلامی مسلم

دانشجوی دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی

و دبیر ریاضی راهنمایی تهران



سال‌هاست که استفاده از رایانه و شبکه‌ی اینترنت بسیار رواج یافته است. وب‌گاه‌های متعددی وجود دارند که در آن‌ها می‌توان مطالب آموزشی جالب ریاضی یافت و از آن‌ها در کلاس درس، یا برای ارائه و معرفی به یادگیرندگان بهره برد. یکی از این وب‌گاه‌ها - که چه بسا جزو بهترین‌ها باشد - وب‌گاه «گره را ببر» است که می‌توان آن را در نشانی

<http://www.cut-the-knot.org>

یافت. تاکنون بارها به این وب‌گاه جوایزی داده شده است و از آن تقدیر شده است. «گره را ببر» هم برای معلمان مناسب است، هم برای دانش‌آموزان و اولیاء. حتی دانشجویان هم می‌توانند از آن استفاده کنند. البته، هر علاقه‌مندی به ریاضیات می‌تواند در این وب‌گاه مطالبی پیدا کند و از خواندنشان لذت ببرد.

در این وب‌گاه می‌توان به‌طور رایگان تعداد بسیار زیادی مطلب کوتاه و بلند ریاضی یافت، با موضوعاتی نظیر بازی‌ها و معماهای ریاضی، جبر، حساب، هندسه، احتمالات، ترکیبیات، بازی‌های ترکیبیاتی، ریاضیات در علوم اجتماعی، مغالطه‌های منطقی، جادوگری ریاضی، و فرکتال‌ها.

- بازی نیم؟
- الگوریتم اقلیدسی؟
- ماشین حساب شکسته هم کاربردهایی دارد؛
- قضیه‌ی فیثاغورس با ۸۴ برهان (شامل اثبات ابوالوفای بوزجانی)؛
- قضیه‌ی پیک؟
- مسئله‌ی چهار اسب؟
- برج هانوی؟
- احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل؟
- چگونگی طرح سؤالات آزاردهنده؟
- مسئله‌ی سوزن بوفون؟
- انتخاب اجتماعی؟
- تقسیم منصفانه؟
- ...

اگر کار به همین جا ختم می‌شد، «گره را ببر» تفاوت چندانی با

کتابی بسیار قطور نمی‌داشت - که البته در این صورت هم منبعی مناسب به شمار می‌رفت - اما کار در همین جا پایان نمی‌یابد! یکی از نقاط قوت مهم «گره را ببر» این است که بسیاری از مطالبش شامل برنامه‌های کوچک جاوا هستند که در صفحه‌های وب گذاشته می‌شوند و محیطی تعاملی ایجاد می‌کنند. بعضی از این برنامه‌های جاوا روی این وب‌گاه، محاسبه انجام می‌دهند، مثلاً برنامه‌ای که به شکل ماشین حسابی برای تبدیل نمایش اعداد در مبناهای مختلف طرح شده است. بعضی طرح شده‌اند تا کاربر مشغول بازی ریاضی شود، و بعضی امکان نمایش موضوعات را فراهم می‌کنند، مثلاً برنامه‌ای که طرح شده است تا یادگیرنده با تغییر مکان رأس‌های مثلث و اشیاء دیگر، ارتباط بین نیم‌سازهای زوایای مثلث را با دایره‌ی محاطی مثلث دریابد. یادگیرنده می‌تواند هر یک از رأس‌های مثلث را که بخواهد، انتخاب کند و جابه‌جا کند، شعاع دایره‌های رسم شده را تغییر دهد و کارهایی مانند این‌ها. اگر نرم‌افزارهایی مانند جئوجبرا (Geogebra) و کابری (Cabri) را بشناسید، می‌دانید که در این نرم‌افزارها هم بعضی از این امکانات وجود دارند، با این تفاوت که در این وب‌گاه، شکل‌ها رسم شده‌اند و برنامه‌ها نوشته شده‌اند و همه چیز آماده است تا بتوانید به آسانی، مطالب مناسب را انتخاب و از آن‌ها استفاده کنید.

صفحه‌ی اول وب‌گاه شامل فهرست منظمی از مطالب است که برحسب موضوع رده‌بندی شده‌اند. هم‌چنین، با انتخاب موضوع می‌توان عنوان همه‌ی مطالب مرتبط را یافت.

اگر به این وب‌گاه وارد شدید و برنامه‌های کوچک آن اجرا نشدند، باید برنامه‌ای نظیر Java Virtual Machine را روی رایانه‌ی خود نصب کنید.

پیشنهادهایی برای کتاب درسی ریاضی اول متوسطه

عزیزه احمدی دبیر ریاضی زنجان

چکیده

در کشور ما، کتاب درسی از مهم ترین منابع تدریس است. بنابراین برای کتاب ریاضی سال اول متوسطه که در واقع مبنایی برای انتخاب رشته ی سال های بعد می باشد، اهمیت به سزایی قائلم. این مسأله انگیزه ای شد تا پیشنهادات خود را با استناد به سایر مقالات و منابع، برای طرح بهتر برخی از مفاهیم کتاب درسی ارائه کنم. چرا که انسان همیشه طالب کامل ترین هاست. صد درصد هنر معلم، بیان مفاهیم ریاضی در قالبی است که دانش آموزان آن را راحت تر درک کنند. به نظر می آید که بدفهمی های دانش آموزان از مفاهیم است که آن ها را در سال های آتی از ریاضیات گریزان می کند. شاید یکی از دلایل تألیف مجدد کتاب ریاضی سال اول متوسطه، ایجاد چارچوبی برای درک بهتر الفبای ریاضی باشد. روشی نو که در بیان مفهومی مثلثات و اتحادها استفاده شده، در جهت همین تغییرات است.

کلید واژه ها: نقد کتاب درسی، کتاب ریاضی (۱) دوره ی متوسطه.

مقدمه

ضمن تشکر صمیمانه از مؤلفان محترم، وظیفه ی خود دیدم مشکلاتی که هنگام تدریس ریاضی اول دبیرستان با آن مواجه بودم را بنویسم و هدفم بهتر شدن کتاب و استفاده ی بهینه ی دانش آموزان از آن است. امسال، هرچا نام ریاضی ۱ را می بینم، بلافاصله کلمه ی جدیدالتألیف بعد از آن هست. اگرچه ریاضی ۱ تغییرات اساسی کرده است، اما مشکل عمده یعنی پایه ی علمی ضعیف دانش آموزان مناطق، هنوز پابرجاست. تا آن جا که این مشکل، پابندی به هدف مؤلفان را که ارائه ی کاربردی مباحث است، مشکل می سازد. شاید روندی که برای کتاب در نظر گرفته

اشاره

مجله ی رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدیون تعامل و تبادل نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می داند. به همین دلیل، بیش ترین تلاش اعضای هیئت تحریریه ی مجله، جست و جو برای پیدا کردن راه های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک آموزشی، تولید و توزیع مجله، نظم بیش تری یافته و تیراژ آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیش تری با مجله ی خودشان برقرار کرده اند و بیش تر از گذشته، دیدگاه های خود را برای چاپ، ارسال دارند. به همین دلیل، آرزوی دیرینه ی دفتر انتشارات کمک آموزشی و هیئت تحریریه ی مجله ی رشد آموزش ریاضی می رود تا تحقق یابد. درنتیجه، با نظر هیئت تحریریه ی مجله، قرار شد تا دیدگاه های ارسالی عیناً و بدون ویرایش چاپ شوند. درضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخ گو و منتقد دیدگاه ها باشند و تعامل و تبادل نظر را از طریق بازتاب بر آن ها، معنادارتر و کارآتر کنند.

طی تماس های مکرر شفاهی و کتبی با مسئولین محترم دفتر برنامه ریزی و تألیف کتب درسی، منتظر پاسخ ایشان به نقدهای حاضر بودیم تا در همین شماره و هم زمان با انتشار این مقاله به چاپ آن اقدام کنیم که هنوز پاسخی به دستمان نرسیده است. هم چنان در انتظار نظرات ایشان هستیم تا در شماره های آینده ی مجله، آن را به چاپ برسانیم.

رشد آموزش ریاضی

شده عالی باشد، اما این روند جایی پاسخگو خواهد بود که همه‌ی دانش‌آموزان در یک سطح علاقه و هوش باشند. اگرچه تغییر و تحول در کتاب سال اول در جهت تغییرات کتاب‌های دوره‌ی راهنمایی است، اما هنوز کتاب‌های ریاضی دوره‌ی راهنمایی، حداقل از چند نظر بر کتاب تألیفی سال اول ارجحیت دارد. یکی از نظر ارائه‌ی بخش‌هایی به نام سرگرمی و ریاضی است. به گفته‌ی مؤلفان کتاب‌های ریاضی دوره‌ی راهنمایی، مطالب سرگرمی و ریاضی علاوه بر سرگرم کردن دانش‌آموزان، به پرورش هوش آن‌ها نیز کمک می‌کند و مطالب انتخابی می‌توانند در ارتباط با مفاهیم درسی باشند. در کتاب‌های ریاضی دوره‌ی دبیرستان هم می‌توان با ارائه‌ی مفاهیمی چون حد، سری، دنباله، تصاعد، استقرا، اصل لانه کبوتری، تابع، احتمالات و شمارش و ذکر نکات، راه را برای ارائه‌ی آن‌ها در سال‌های آینده روشن کرد. در کتاب ریاضی تازه‌تألیف فقط یک مورد در صفحه‌ی ۲، با این هدف نوشته شده است.

ترجیح دیگر کتاب‌های ریاضی دوره‌ی راهنمایی به کتاب ریاضی سال اول متوسطه، حجم اطلاعات نو در آن‌هاست. اگرچه دانش‌آموزان بعضی مناطق، پایه‌ی علمی ضعیفی دارند، اما نباید همه را به یک چشم دید. صددرصد، دانش‌آموزان با استعداد در جای جای ایران عزیز فراوانند که تکرار مطالب، آن‌ها را می‌رنجاند و این حجم کم دانش دریافتی، آن‌ها را ارضا نمی‌کند. پیشنهاد می‌کنم به کتاب ریاضی جبرانی که در سال اول رنگ باخته است، با طرحی نو جان دهیم و آن را به صورت اختیاری در جاهایی که دانش‌آموزان کشش دارند، به کار بگیریم. شما خوان نعمت را بگسترانید و اجازه دهید هرکس در حد نیاز خود، از آن بهره بگیرد.

پیشنهادهای

اعداد حقیقی و تقریب‌های اعشاری اعداد حقیقی

برای نمایش اعداد گنگ روی محور، می‌توان از روش ترسیم استفاده کرد. به اختصار، روش‌های مختلف نمایش اعداد گنگی مثل $\sqrt{A}$ ، $\pm \sqrt{B}$ ، $A \pm \sqrt{B}$ را که در کتاب‌های درسی به آن‌ها توجه شده است بیان می‌کنم. برای نمایش اعدادی مثل $\sqrt{A}$ $\pm$ دو روش در کتاب‌های درسی ارائه شده است.

روش اول به روش حلزونی مشهور است و به صورت خیلی خلاصه‌تر، در کتاب ریاضی سال سوم راهنمایی مطرح شده است. این روش بر ساختن تعدادی مثلث قائم‌الزاویه استوار است که هر کدام، یک ضلع زاویه‌ی قائمه به طول یک واحد دارند. پس از رسم مثلث‌ها، دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی وتری که مورد نظر ماست باز کرده و از مبدأ، نیم‌دایره‌ای به همان شعاع

می‌زنیم تا محور را در $\pm \sqrt{A}$ قطع کند. روش دوم بر قاعده‌ی فیثاغورث بنا شده است و در آن، اعدادی مانند c و b را چنان در نظر می‌گیریم که b^2 ، نزدیک‌ترین مربع کامل به A و c^2 از تفاضل b^2 با A به دست آید یعنی:

$$b^2 < A, \quad c^2 = A - b^2, \quad \sqrt{A} = \sqrt{b^2 + c^2}$$

که از این روش در کتاب ریاضی سال اول دبیرستان برای رسم $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ و $\sqrt{8}$ استفاده شده است.

$$\sqrt{8} = \sqrt{4+4} \Rightarrow b^2 = 4 \rightarrow b = 2$$

$$c^2 = 4 \rightarrow c = 2$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{4+1} \Rightarrow b^2 = 4 \rightarrow b = 2$$

$$c^2 = 1 \rightarrow c = 1$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{2+1} \Rightarrow b^2 = 2 \rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$c^2 = 1 \rightarrow c = 1$$

اما برای رسم $\sqrt{3}$ از هیچ یک از قواعد فوق پیروی نکرده است. توضیح این که $\sqrt{3}$ را با چه روشی رسم کرده‌ایم، برای دانش‌آموزان مشکل است. اولین سؤالی که با دیدن این روش پیش می‌آید این است که روش حلزونی چه ایرادی دارد؟ بخش دوم مربوط به رسم $\sqrt{B} \pm \sqrt{A}$ است، با مشخص کردن این که از کدام روش برای رسم $\sqrt{A} \pm$ استفاده می‌کنیم، مشکلی پیش نمی‌آید. صحبت اصلی بر روش‌های رسم $\sqrt{A} \pm$ است. البته یادگیری این دو روش برای دانش‌آموز در دو مقطع متفاوت خوب است اما آیا بهتر نبود حداقل هر دو روش برای یادآوری هم که شده، یک جا آورده می‌شد تا حداقل دبیران دوره‌ی متوسطه هم از روش دوره‌ی راهنمایی اطلاع می‌یافتند؟ چرا که عدم اطلاع از روش قبلی باعث به فراموشی سپردن این روش می‌شود. در صورتی که دانش‌آموزان به علت استفاده‌ی مکرر از این روش در دوره‌ی راهنمایی، آن را آسان‌تر می‌بینند و بر آن تسلط کافی پیدا کرده‌اند. ولی همین که وارد دبیرستان می‌شوند، در رسم مواردی که قبلاً آسان می‌نمود در می‌مانند. آیا بهتر نبود از همان ابتدا روش ارائه شده در دوره‌ی دبیرستان در راهنمایی توضیح داده می‌شد، زیرا کاربرد این روش برای دانش‌آموز راهنمایی هم مشکل نیست. در هر حال، قضاوت در این مورد را به شما واگذار می‌کنم.

در صفحه‌ی ۱۹ کتاب درسی سؤال ۷، اولویت‌های عملیاتی و تقریب زدن در کنار هم مطرح شده‌اند. پیشنهاد می‌شود در صورت سؤال مشخص شود اولویت با تقریب زدن است یا چهار عمل اصلی.

نمادها و زبان ریاضی

ضروری به نظر می‌رسد که از دانش‌آموزان خود انتظار داشته باشیم بدون هیچ‌گونه ابهامی، توانایی خود را در ارتباط شفاهی یا با استفاده‌ی صحیح از نمادهای ریاضی از طریق نوشتن، به مرحله‌ی ظهور برسانند. نوشتن به زبان ریاضی کمی مشکل‌تر از نوشتن به زبان معمولی است. در ریاضی، نوشته‌ها فشرده‌تر از نوشته‌های معمولی هستند. به علاوه این‌که نویسنده علاوه بر رعایت اصول یک نوشته‌ی خوب، باید خیلی از اختصارات و نمادهای ریاضی را نیز به کار گیرد. ملاحظه می‌شود که یکی از بزرگ‌ترین مشکل دانش‌آموزان این است که کمتر در نوشتن متن ریاضی و اختصارات مربوط به آن، موفق هستند، با وجود این‌که آن‌ها را بارها و بارها در کتاب‌های درسی ریاضی سال‌های قبل دیده‌اند.

برای رفع این مشکل که دانش‌آموز قادر به خواندن مطالب کتاب درسی شود، باید از قبل نمادها و علائم قراردادی به وی آموخته شود. جای بسی تأسف است که ما خیلی دیر به فکر آموزش خواندن و نوشتن ریاضی افتاده‌ایم. پیشنهاد می‌کنم این بخش از کتاب به دوره‌ی راهنمایی منتقل شود.

مجموعه‌ها

پیشنهاد می‌شود این فصل نیز به دوره‌ی راهنمایی منتقل شود. زیرا با حذف مجموعه‌ی مرجع و متمم مجموعه و غیره دیگر نیاز به تکرار فصل در دوره‌ی دبیرستان نداریم.

توان‌رسانی

یکی از اصول طراحی تمرین در کلاس یا فعالیت کلاسی، تقسیم هدف به مراحل جزئی و مرتبط به هم است که زنجیروار مفهوم یا موضوع مورد نظر را بسازند و در ذهن دانش‌آموز شکل دهند. مرحله‌ی که نامفهوم یا دارای ابهام باشند و مشخص نباشد که چه چیزی را از یادگیرنده طلب می‌کند، باعث سرخوردگی او، عدم علاقه به ادامه‌ی کار خواهد شد و کارایی آموزش را کاهش می‌دهد. در تمرین در کلاس صفحه ۵۳، این اصل رعایت نشده است. به نظر می‌رسد هدف این تمرین در کلاس، دستیابی به روشی برای مقایسه‌ی اعداد توان‌دار منفی است ولی مراحل به هم مرتبط نیستند. پیشنهاد می‌شود تمرین در کلاس به شکل زیر طراحی شود.

۱- اعداد 4^{-2} , $(4^{-1})^2$, $(4^2)^{-1}$ را با هم مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

۲- با استفاده از تعریف توان‌های منفی، نشان دهید که برای هر عدد حقیقی مخالف صفر a و هر عدد طبیعی n داریم:

$$a^{-n} = (a^{-1})^n = (a^n)^{-1}$$

و نیز در تمرین در کلاسی دیگر:

۱- اعداد $0/125$, $0/25$ و $0/5$ را به صورت عبارات توان‌دار با توان منفی بنویسید.

۲- همان اعداد قسمت قبلی را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

۳- می‌بینید نتیجه‌ای که در صفحه‌ی ۵۰ گرفته شد باز هم برقرار است. (اگر a عددی بزرگ‌تر از ۱ باشد، هرچه توان بالاتری از آن را حساب کنیم، حاصل بزرگ‌تر می‌شود)

۴- اعداد $(0/125)^3$, $(0/25)^4$, $(0/5)^3$ را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

باید اشاره شود، از ۱۰ صفحه‌ای که مربوط به بحث توان است، فقط ۴ صفحه مطلب جدید ارائه شده است. پیشنهاد می‌شود در این فصل از تکرار کاسته شود.

معادلات درجه اول

یکی از اهداف این فصل، آشنایی با معادلات درجه‌ی اول و عملیات جبری ساده روی آن‌ها و حل آن‌ها به طور نمادین است. بنا به این اصل، پیشنهاد می‌شود در صفحه‌ی ۹۴ روش‌های کلی‌تر دیگری علاوه بر روش‌های پیشنهادی مطرح شوند. در مثال آخر این صفحه، دو روش نوشته شده است. اگر هدف روش اول حل سؤال بدون استفاده از کسرهاست، از همان اول می‌توانست به جای ضریب کسری، عدد اعشاری مناسب را بنویسد و تا آخر با اعداد اعشاری کار کند. نه این‌که اول یک کسر را از بین برده، در میانه‌ی راه به جای کسر باقی‌مانده از عدد اعشاری استفاده کند. پیشنهاد می‌شود روش سومی مطرح شود که در آن، مخرج کسر را با ضریب طرفین معادله در مقدارهای مساوی حذف کنیم که تا آخر مسئله، با کسرها مواجه نباشیم. برای مثال

$$\frac{2}{5}(x-4) = 2x+1$$

$$2(x-4) = 5(2x+1) \quad 5 \times \frac{2}{5}(x-4) = 5(2x+1)$$

رابطه‌ی خطی

در صفحه‌ی ۹۹ کتاب درسی، پیشنهاد می‌شود هر کدام از محورهای عمودی و افقی نمودار درجه‌بندی شوند تا دیگر محتاج اندازه‌گیری با خط‌کش و پیدا کردن واحد نباشیم و مشکلات اجرایی اندازه‌گیری، ما را از هدف خود دور نسازد.

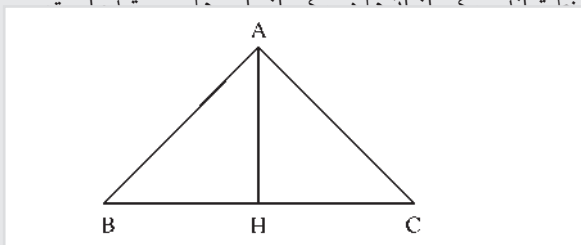
در فعالیت صفحه‌ی ۱۰۰، نکته‌ی مهمی مطرح می‌شود. به نظر من، بهترین روش برای ارائه‌ی این فعالیت این بود که از قبل نمودار $y = x^2$ به صورت دقیق معرفی می‌شد. حتی تابعی با

گفته شود (حداقل در قسمت خواندنی‌ها). با این روش، به دانش‌آموزان اجازه داده‌ایم خود تصمیم بگیرند چه وقت از ماشین حساب و چه وقت از محاسبات دستی استفاده کنند. نارسایی اصلی در عدم استفاده از ماشین حساب در سال‌های آتی، بیشتر به عدم آشنایی دانش‌آموزان در استفاده از این وسیله‌ی مهم برمی‌گردد. استفاده از ماشین حساب حتی برای آموزش اولویت‌های محاسباتی، تقریب‌ها، نماد علمی و روش آزمون و خطا که از مباحث این کتاب درسی‌اند، پرفایده است.

● تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۴۰ نتیجه‌ی مهمی دربردارد. اما درک آن به صورتی که در کتاب آمده مشکل است. پیشنهاد می‌شود این رابطه درون تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۳۷ آرایه شود.

● تمرین کلاس پیشنهادی:

یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱ واحد را در نظر بگیرید. ارتفاع، میانه و نیمساز مربوط به هر رأس بر هم



۱- طول اضلاع و زاویه‌های این مثلث‌های قائم‌الزاویه را حساب کنید.

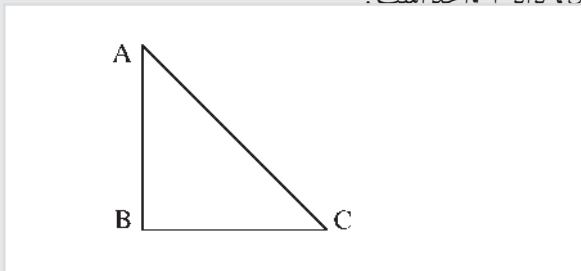
۲- $\sin$ و $\cos$ زاویه‌های حاده این مثلث‌های قائم‌الزاویه را حساب کنید.

۳- بین $\sin$ و $\cos$ این زاویه‌های متمم چه رابطه‌ای می‌بینید؟

۴- $\tan$ زاویه‌های ۳۰ و ۶۰ درجه را محاسبه کنید.

۵- نسبت $\frac{\sin}{\cos}$ را برای هر یک از زاویه‌های ۳۰ و ۶۰ درجه

محاسبه کنید. آیا رابطه‌ای با قسمت قبلی می‌بینید؟ در زیر، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است که طول اضلاع زاویه‌ی قائمه‌ی آن، داد ۱ واحد است.



این اهمیت در یک صفحه‌ی کامل کتاب برای دانش‌آموزان رسم می‌شد. محاسباتی که در این فعالیت از دانش‌آموزان خواسته شده طاق‌ت فرساست. نرم‌افزارهای مناسب می‌توانند به دانش‌آموزان این اجازه را بدهند که با سرعت و به آسانی، این جدول را بکشند و محاسبات را رایانه انجام دهد. کار کردن به این روش، دانش‌آموزان را قادر می‌سازد به راحتی به ارتباط جدول اعداد با نمودار برسند. معلم نمی‌تواند صبورانه منتظر بماند تا این جدول توسط تک‌تک دانش‌آموزان کامل شود و حتی نمی‌توان انتظار رسم دقیق این نمودار را توسط آن‌ها داشت. این سهمی، لایق توجهات بیشتری در کتاب درسی است. حداقل فایده‌ی آن در صفحه‌ی ۱۶۶ بحث روش هندسی برای حل معادلات درجه دوم است.

دستگاه معادلات خطی دو مجهولی

اگر هدف صفحه‌ی ۱۲۰، دست‌یابی دانش‌آموزان به روش جایگذاری پس از طی مراحل فعالیت است، بهتر است مثال این صفحه که به روش جایگذاری حل شده، بلافاصله پس از فعالیت مربوط، در صفحه‌ی ۱۲۱ آرایه شود. در کتاب درسی ریاضی ۱، این مثال، بین دو مطلب از روش حذفی گذاشته شده است.

فاصله‌ی بین دو نقطه

تجربه‌ی تدریس من نشان می‌دهد که مناسب‌ترین روش برای ارائه‌ی هر فرمولی در کتاب‌ها، استفاده از یک روال و عدم تغییر آن در کل کتاب است. بدین جهت، برای ارائه‌ی فرمول فاصله‌ی دو نقطه، بهتر است از اندیس‌های A و B استفاده می‌شد که قبلاً در همین کتاب، از این اندیس‌ها در فرمول شیب هم استفاده شده است.

نسبت‌های مثلثاتی

اگرچه این فصل از کتاب با رویکردی فوق‌العاده به مثلثات آرایه شده است، اما به نظر من هنوز حق مطلب ادا نشده است. نکاتی را که جای خالی آن‌ها در این فصل به چشم می‌خورد، در زیر عنوان می‌کنم:

● در صفحه‌ی ۱۳۱، تانژانت ۱۲۰ درجه به صورت تقریبی آمده است. آیا مؤلفان، خود به روش رسم آن را حساب کرده‌اند؟ ما می‌خواهیم به چه چیزی برسیم؟ احتمالاً می‌خواهیم دانش‌آموزان، جواب سؤالات ریاضی‌شان را قبل از این که ماشین حساب را به کار ببرند، خود حساب کنند. اما آیا دبیر شیمی، فیزیک و... این روش را می‌پسندند؟

● پیشنهاد می‌شود در کتاب درسی، خلاصه‌ای راجع به چگونگی محاسبه‌ی نسبت‌های مثلثاتی توسط ماشین حساب

توضیح نیستند. با توجه به هدف فرهنگی که مؤلفان برای مطرح شدن روش خوارزمی در کتاب در نظر گرفته اند، شایسته نیست این روش را این قدر ناقص جلوه دهیم. نحوه‌ی بیان روش مربع کامل هم ساده نیست. پیشنهاد می‌شود برای شروع بحث روش مربع کامل، به جای توضیحات کلامی از چارت یا نمودار برای بیان ارتباط روش خوارزمی و روش مربع کامل استفاده کرد. برای مثال: روش مربع کامل

روش خوارزمی

$$\underbrace{\left(x + \frac{b}{2}\right)^2}_{\text{مساحت مربع رنگی}} = \underbrace{x^2 + bx}_{\text{مساحت قسمت غیررنگی}} + \underbrace{\left(\frac{b}{2}\right)^2}_{\text{مساحت مربع اصلی}}$$

و در ادامه، مثال‌هایی با شرایط روش خوارزمی در حالت خاص، به روش مربع کامل حل می‌شد؛ مثال‌هایی که جوابشان بدون رادیکال باشد تا استدلال را سخت جلوه ندهد. برای نمونه، می‌توان مثال‌هایی از این دست را در کتاب آورد.

$$x^2 - 10x - 11 = 0$$

$$x^2 - 10x = 11$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + (-5)^2$$

$$(x - 5)^2 = 11 + 25 = 36 \rightarrow x = 11$$

سپس اشاره می‌شد که روش مربع کامل کلی‌تر است. زیرا جواب‌های منفی را هم حساب می‌کند و روی ضرایب معادله نیز هیچ شرطی ندارد. سپس به حل مثال‌هایی بدون شرایط روش خوارزمی پرداخته می‌شد.

روش هندسی

به نظر می‌رسد بهترین راه درک این روش، استفاده از صفحه‌ی شطرنجی برای زمینه‌ی نمودارها است. علاوه بر این، شایسته است برای هر مثال، روی همان صفحه‌ی شطرنجی، نمودار $y = x^2$ توسط کتاب چاپ شود تا دانش‌آموزان فقط به پیاده کردن خط باقی‌مانده در صفحه‌ی مختصات از قبل تهیه شده بپردازند. به احتمال زیاد با این روش، دانش‌آموزان می‌توانند دقیقاً تعداد ریشه‌ها را تعیین کنند. دست‌آورد دیگر این شیوه، دستیابی دانش‌آموز به تقریبی از ریشه هم هست. روش فعلی کتاب درسی، روش هندسی را نیز ناقص جلوه داده است.

۶- با توجه به این که زاویه‌های حاده‌ی این مثلث متمم یکدیگرند، زاویه‌های دیگر این مثلث و طول وتر را حساب کنید.

۷- با محاسبه‌ی $\sin$ و $\cos$ زاویه‌های 45° درجه، آیا رابطه‌ای را که قبلاً حدس زده‌اید، بین $\sin$ و $\cos$ زاویه‌های 45° درجه هم برقرار است؟

۸- با محاسبه‌ی $\tan$ زاویه‌ی 45° درجه، رابطه‌ای را که برای $\tan$ حدس زده‌اید، امتحان کنید.

با اجرای این تمرین در کلاس، نوبت به تمرین در کلاس کلی صفحه‌ی ۱۴۰ می‌رسد.

معادلات درجه دوم و حل آن‌ها

سایت دفتر تألیف و برنامه‌ریزی کتب درسی، اهداف زیر را برای این فصل در نظر گرفته است.

۱- آشنایی با معادلات درجه‌ی دو

۲- آشنایی با روش‌های حل معادلات درجه‌ی دو

اما به نظر می‌رسد این فصل، رویکرد دیگری هم داشته باشد و آن، آموزش روش استدلال است.

واضح است که قسمت عمده‌ی ریاضیات در سطوح مختلف آموزشی، از اثبات‌ها و استدلال‌های احکام و قضایای ریاضی و روش‌های حل مسائل ریاضی تشکیل می‌گردد. در واقع، اگر دانش ریاضی را یک سکه در نظر بگیریم، اثبات ریاضی یک روی سکه و حل مسئله روی دیگر این سکه است. در پایه‌ی اول دبیرستان که دوره‌ای عمومی است، روی دوم بیشتر اهمیت پیدا می‌کند. کافی است دانش‌آموزان با آموختن مطلبی متناسب با آن، مسائل خود را در درس‌های دیگر چون فیزیک حل کنند. منظورم هرگز نپرداختن به اثبات و استدلال در این پایه نیست. بلکه در این پایه، باید، برای هر چیز دلیل آورد و تنها، بعضی چیزها را اثبات کرد. اگر تعلیم عمومی بخواهد اندیشه‌ی ارائه‌ی استدلال‌های منطقی را به دانش‌آموزان بیاموزد، باید به فکر ارائه‌ی آن در فصل‌های دیگر باشد.

روش یافتن فرمول کلی و نیز روش مربع کامل برگرفته از روش خوارزمی اگرچه جذاب است، اما می‌توان نقدی بر آن وارد کرد که به آن اشاره خواهد شد:

با توجه به این که روش خوارزمی در این کتاب در حالت خاص مطرح می‌شود و روش مربع کامل مبتنی بر آن است، در گام اول، مثال‌های صفحات ۱۷۰ و ۱۷۱ برای دانش‌آموزان قابل



نگاهی به تغییر کتب ریاضی متوسطه

قاسم حسین قنبری

دبیر و کارشناس ارشد ریاضی، سمنان

موارد محتوایی

مؤلفان کتاب در قسمت «سخنی با دانش‌آموزان»، در مورد اهداف کتاب آورده‌اند که «یکی از اهداف آن است که شما بتوانید ریاضی را به شکل معنادار درک کنید و توانایی به کارگیری آن را در زندگی روزمره پیدا کنید.»

پس واضح است که حل مسایل روزمره‌ی زندگی، مهم‌ترین هدف کتاب است. به عبارتی، هدف فقط حل مسائل ریاضی نیست بلکه مقصود اصلی، حل مسائل زندگی است. بنابراین یکی از مسائل از این نوع را که در کتاب مطرح شده، بررسی می‌کنیم. مسئله‌ی صفحه‌ی ۱۲۸ که در آن مدیر مدرسه، قصد تعویض طناب تیرک پرچم را دارد، چرا که پوسیده است.

با کمی تأمل معلوم می‌گردد که مشکل فقط اندازه‌گیری طول تیرک پرچم نیست، چرا که اگر طناب پاره شده باشد، نصب مجدد آن خود مشکل اصلی است. پس فرض می‌کنیم که طناب پاره نشده است. حال مدیر برای حل مسئله، می‌تواند با یکی از کسبه‌ی محل صحبت کرده و با امانت گرفتن یک بسته‌ی کامل طناب، مقدار مورد نیاز را مصرف کرده و باقی را به فروشنده بازگرداند. اگر هدف حل مسئله باشد، کار تمام شده است.

اما اگر قرار باشد طبق فعالیت صفحه‌ی ۱۲۹ به حل مسئله پردازیم، باید زاویه‌ی خط افق با نوک تیرک را اندازه بگیریم که بنا به توصیه‌ی کتاب، با کمک ربع دایره‌ی مقوایی شبیه یک نقاله‌ی نصف شده این کار انجام می‌شود. اما آیا با کمک یک ربع دایره‌ی مقوایی شبیه یک نقاله‌ی نصف شده، می‌توان زاویه

کلیدواژه‌ها: نقد کتاب درسی، کتاب ریاضی ۱، دوره‌ی متوسطه.

مقدمه

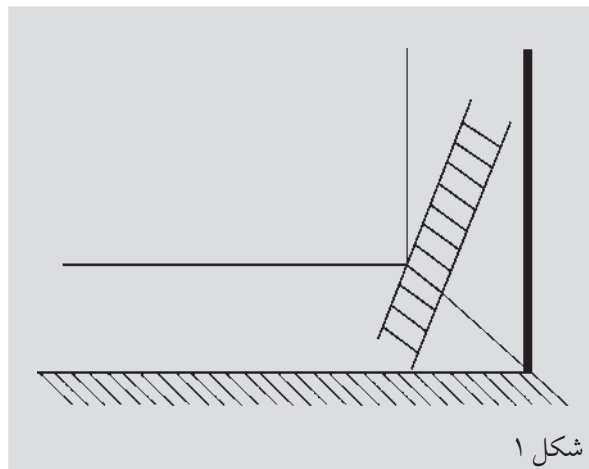
تغییر و اصلاح یکی از ضروریات دنیای امروز است و تغییر شیوه‌های آموزش و کتب درسی نیز به دلیل پایه بودن آن‌ها، در اولویت قرار دارد. به دلیل همین پایه بودن، تغییر و تحول آن باید با دقت و وسواس به دست افراد کارشناس و خبره صورت بگیرد. در سال تحصیلی ۸۸-۸۷، کتاب ریاضی سال اول متوسطه تغییر کرد و به دنبال آن نیز، وعده داده شده است که سایر کتاب‌های ریاضی در سال‌های بعد تغییر خواهند کرد. لذا توجه به چند نکته، ضروری است تا این تغییرات با احتیاط بیشتری صورت بگیرد چرا که آب رفته به جوی برنمی‌گردد و دانش‌آموزانی که با این کتب فارغ‌التحصیل می‌شوند، امکان این را ندارند که دوباره سر کلاس درس حاضر شوند. پس باز هم قصه‌ی تکراری کلاس‌های خصوصی و آموزشگاه‌های آزاد و غیره، ادامه خواهند داشت.

مطلب حاضر، حاصل بحث‌هایی است که بین همکاران ریاضی مطرح گردیده است و هم‌چنین، بیان‌کننده‌ی مشکلاتی است که در یک کلاس درس اتفاق افتاده است. مشکلاتی مثل پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه، استفاده از خط کش و پرگار، استفاده از ماشین حساب و نظایر آن.

بدین سبب، کتاب ریاضی (۱) را از چند جنبه مورد بررسی قرار می‌دهیم.

را با دقت لازم اندازه گرفت؟!

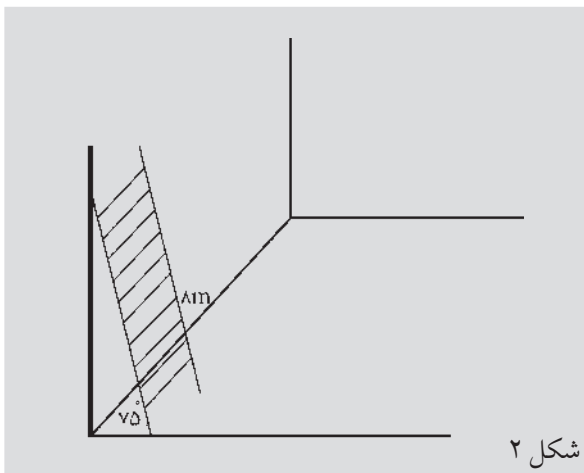
بدیهی است که در این مورد، فقط صورت مسئله عوض شده است و مسئله‌ی اندازه‌گیری طول تیرک به مسئله‌ی اندازه‌گیری زاویه‌ی خط افق با نوک تیرک پرچم تبدیل شده است. یکی دیگر از مسائل روزمره‌ی زندگی که در صفحه‌ی ۱۳۶ کتاب مطرح گردیده، اندازه‌گیری طول نردبان است. «فرض کنید نردبانی را برای رفتن به پشت بام به دیوار تکیه داده‌ایم. شما می‌توانید فاصله‌ی پایین نردبان که بر زمین قرار دارد را تا دیوار حساب کنید. همچنین زاویه‌ای که نردبان با سطح زمین می‌سازد را هم می‌توانید اندازه بگیرید. آیا با این اطلاعات می‌توانید طول نردبان را حساب کنید؟»



شکل ۱

اگر قرار باشد از خط کش و پرگار استفاده کنیم، روش کار کلاً عوض می‌شود.

در طول تاریخ ریاضی، مسائلی مانند تثلیث زاویه مطرح بوده که در آن، استفاده از خط کش و پرگار یا عدم استفاده از آن جزء فرضیات بوده است. اما در این کتاب، مشخص نیست که استفاده از خط کش و پرگار مجاز است یا خیر. در ضمن، مانند سایر کتب ریاضی، تکلیف ماشین حساب نیز معلوم نشده است. همین مشکل در مسئله‌ی ۱۲ صفحه‌ی ۱۴۳ کتاب وجود دارد. چرا که با توجه به راهنمایی کتاب برای حل مسئله، باید با کمک خط کش و پرگار نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی ۷۵ درجه را حساب کنیم.



شکل ۲

مسائل تکراری

می‌دانیم که مسائل زندگی روزمره خیلی متنوع هستند و بسیاری از آن‌ها نیازی به مدل ریاضی ندارند و ما مجبور به پیدا کردن مدل ریاضی برای حل آن‌ها نیستیم. اما چیزی که در این کتاب بسیار تکرار شده است، مسئله‌ی نردبان و پلکان است که در شکل‌های مختلف ظاهر شده است، گویا مسئله‌ی دیگری وجود ندارد! این مسائل عبارتند از:

صفحه‌ی ۱۰۵ مسئله‌ی پله‌ها

صفحه‌ی ۱۰۶ مسئله‌ی کامیون

مسئله‌ای که برای دانش آموز ایرانی بیگانه است زیرا دیده است که با کمک نیروی انسانی، بار به داخل کامیون - آن هم نه بدین شکل مرسوم در آمریکای شمالی - برده می‌شود نه این که از نردبان به صورت سطح شیب دار استفاده شود.

واضح است که نردبان وسیله‌ای برای رفتن به ارتفاع است، پس می‌توان روی آن حرکت کرد. با فرض روزمره بودن مسئله، می‌توان طول آن را با کمک متر یا خط کش اندازه گرفت. حتی لازم نیست روی نردبان حرکت کرد. چرا که با اندازه گرفتن طول یکی از پله‌ها، می‌توان اندازه‌ی کل را به دست آورد. زیرا همه‌ی پله‌ها مساوی هستند.

هم چنین، اگر فاصله‌ی پای نردبان تا دیوار و زاویه معلوم باشد، با این مشخصات فقط یک مثلث قائم‌الزاویه وجود دارد که می‌توان با رسم آن روی کاغذ در بعدی کوچک تر با کمک خط کش و پرگار، طول وتر را اندازه گرفت. اما مؤلفان کتاب تأکید دارند که ابتدا با کمک خط کش و پرگار کسینوس زاویه را اندازه گرفته، سپس وتر را حساب کنیم. به عبارتی، لقمه را دور سرمان بچرخانیم. حال این سؤال پیش می‌آید که آیا استفاده از خط کش و پرگار جزء فرض مسئله هست یا نیست؟ چرا که

صفحه‌ی ۱۰۶ مسئله‌ی نردبان

صفحه‌ی ۱۰۷ مسئله‌ی نردبان

صفحه‌ی ۱۴۳ مسئله‌ی نردبان

و دانش‌آموز نمی‌داند که چرا ناگهان، نردبان این قدر اهمیت پیدا کرده است!

که می‌توان این نتیجه را گرفت که کار صفحه‌آرایی یا با عجله صورت گرفته یا توسط افراد غیرمتخصص انجام شده است یا این، نوعی هنر جدید است. صفحه‌های دیگر کتاب هم خالی از این مشکل نیستند. به عنوان مثال دیگری، به صفحه‌ی مربوط به یک جمله‌ای‌ها توجه کنید:

جلد کتاب

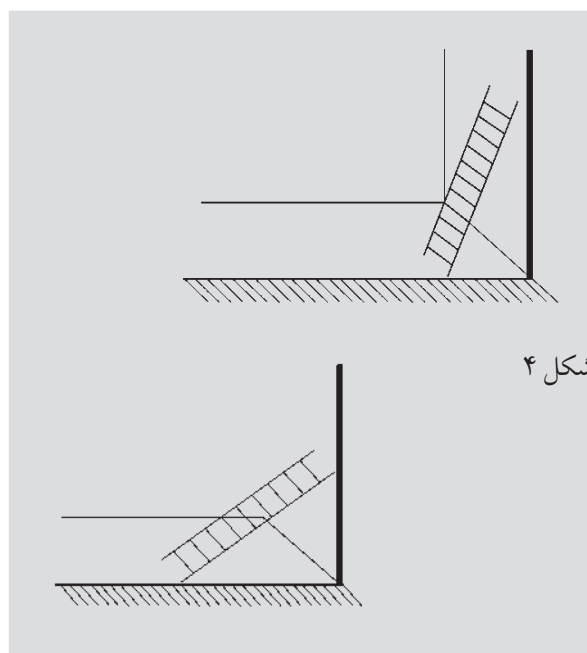
عدم تناسب جلد کتاب با محتویات آن نیز مسئله‌ی دیگری است. چرا که تصویر روی جلد، دوربین نقشه‌برداری، تراکتوری مدرن، کارخانه و قله‌ی دماوند را نشان می‌دهد. در صورتی که در خود کتاب، حتی استفاده از ماشین حساب مطرح نشده و در بحث نسبت‌های مثلثاتی نیز که جای مناسبی برای استفاده از ماشین حساب است، باز هم ممنوع می‌باشد (با توجه به شیوه کار). قله دماوند هم شاید به این خاطر آورده شده که سمبل ایران باشد که اگر چنین قصدی در کار بوده، پس لازم است که روی جلد همه‌ی کتاب‌های درسی این عکس وجود داشته باشد!



شکل ۳

ریاضی ۱ قدیم و جدید

شکی نیست که افت دانش‌آموزان در ریاضی ۱ زیاد بوده و هست و شاید با تغییر این کتاب هم کمتر نشود. اما باید توجه داشت که کتاب قدیم هر چند که برای دانش‌آموزان ضعیف مشکل بود ولی در اثر چندین دوره تغییر، به سطح قابل قبولی از کیفیت رسیده بود و مشکلات هماهنگی با سایر کتب ریاضی را نداشت. در ضمن، مؤلفان کتاب افراد با تجربه و سرشناس در بین دبیران ریاضی بودند. به نظر می‌رسد در صورتی که بین مؤلفان قبلی و فعلی هماهنگی صورت می‌گرفت، با چند تغییر در کتاب قبلی، کتاب موفق به دست می‌آمد.



شکل ۴

معلمان و خانواده‌ها

تجربه‌ی چند ساله در آموزش و پرورش نشان داده که پس از تغییر کتاب، معلمان با مشکل تهیه‌ی کتاب مواجه هستند و چندین هفته از شروع سال تحصیلی می‌گذرد تا بتوانند کتاب تهیه کنند (بنده و سایر همکارانم سال گذشته و امسال، با این مشکل مواجه بوده هستیم). با این شرایط، معلوم است تغییر و تحول، چگونه اتفاق می‌افتد! جالب این است که کتاب‌های کمک‌درسی این کتب، حتی از قبل از شهریور پخش شده و در شبکه‌های سراسری تبلیغ می‌شوند. در این بین خانواده‌ها، باید هزینه‌ی این بی‌برنامگی را پرداخت کنند.

مشکلات ظاهری کتاب

بی‌شک در یک نظام متمرکز آموزشی که کتاب درسی در سطح ملی چاپ می‌شود، هر کتاب درسی یک سند ملی است و این سند ملی باید هویت ما را نشان دهد. مصراع «هنر نزد ایرانیان است و بس» حکایت از توجه ایرانیان به هنر در همه‌ی اعصار می‌کند. در این بین، هنر خطاطی نیز جای خود را دارد. با این مقدمه، نگاهی می‌اندازیم به متن صفحه‌ی ۱۴ از کتاب ریاضی ۱. با دقت به پایان خطوط متوجه می‌شویم که هیچ نظمی در آن وجود ندارد. البته این مشکل در کل صفحات کتاب به چشم می‌خورد

درد دل‌های پاک معلمان ریاضی

ظاهر جهدی

دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی محض و دبیر ریاضی تکاب

مقدمه

«اواخر مهرماه ۸۸ است. مجله‌ی شماره‌ی ۹۷ به دستم رسیده است. با فراخوانی برای صدمین شماره؛ وارد کلاس دوم تجربی در دبیرستان برهنه‌پوشان تکاب می‌شوم. پنجره و صندلی‌ها پر از کتاب‌های رنگی است: آبی، سبز، سیاه سفید و صورتی! برای حل تمرین هندسه‌ی ۱، دانش‌آموزی را صدا می‌کنم. او می‌گوید: «آقا اجازه! به کمک CD تمرین‌هایی را حل کرده‌ام. اما بچه‌های دیگر، از تأثیر مثبت گام به گام‌ها سخن می‌گویند!»

حدود ده سال پیش چندان خبری از این لوح‌های فشرده نبود، تبلیغات رسانه در ذهنم رژه می‌روند. برای ثبت نام و تضمین قبولی در کنکور با انواع روش‌های سریع تست‌زنی! بی‌درنگ به یاد زحمات جان‌فرسا و فرمایشات گهربار استاد شهریار می‌افتم. تلاش‌های بزرگ وی مبهوت و گیج‌م می‌کند. در مجلات مختلف ریاضی و برهان‌ها و در راستای اشاعه‌ی فرهنگ استدلال و تفکر و با وجود خدمت عظیم بزرگانی چون ایشان و مصحفی‌ها و هشت‌رودی‌ها و مصاحب‌ها و غیره، به ریاضیات کشورمان. سخنان خانم مریم گویا و سردبیران مجله‌ی رشد آموزش ریاضی را در شماره‌های مختلف مرور می‌کنیم.

حذف امتحانات نهایی، تبصره و ماده، ارزشیابی توصیفی، حذف مردودی در اول دبیرستان و... مطالعه‌ی اهداف آموزش ریاضی کشورهای پیشرفته، نتایج تیمز و المپیادها با نحوه‌ی حرکات شهروندان و عدم رعایت قوانین زیست محیطی و مسئله‌ی کنکور، معادلات بسیاری را بی‌جواب گذاشته‌اند. کتب ریاضی دبیرستانی عوض می‌شوند* که البته آب در هاون کوبیدن است.

و...

تبصره

کمبود کلاس‌های دوم و سوم ریاضی (به عنوان نمونه در چند شهر

استان آذربایجان غربی نسبت به دو سال مشابه گذشته، تعداد کلاس‌ها از ۱۰ به ۳ و ۲ کلاس رسیده است) یعنی این که دیگر نیاز چندانی به دبیران ریاضی نیست و البته خصوصاً به افرادی که اعتقاد عمیق به یادگیری مفهومی و پایه‌ای دروس داشته باشند. و آیا علمای بزرگ دین و فلسفه و حکمت، آموزش ریاضی را برای درک حقیقت توسط ذهن الزامی نشموده‌اند. کمبود دانش‌آموزان ریاضی یعنی کمبود تدریجی و شاید محو استدلال و اندیشه در حل مسائل اجتماعی و حقوق شهروندی یعنی عدم توجه واقعی به نیاز اساسی کشور!

نتیجه

به عنوان دبیری با ۱۷ سال سابقه، کوهنورد مربی هلال احمر که در نظام قدیم تحصیل و در هر دو نظام سالی واحدی و ترمی واحدی تجربه‌ی تدریس دارد، عرض می‌کنم که وضعیت آموزش ریاضی کشور در سطح دبیرستان بسیار سطحی و قبولی‌ها اکثراً مثل قبولی دروس حفظی شده‌اند و نباید بعضی از مدارس نمونه و استعدادهای درخشان و المپیادها به عنوان وضعیت علمی کشور سنجیده شود. مسئولان دلسوز و متعهد محترم باید توجه داشته باشند که عواقب چنین بخشنامه‌ها و سطحی‌نگری‌ها با هر توجیهی، نسل آینده‌ی ما را به ورطه‌ی بی‌هویتی و نابودی می‌کشاند.

«... این پاکت کم حوصله را باز که کردم

عطر خوش آیات خداوند نیامد،

ای قله از آن روز که شد برف تنت آب

لبخند به لب‌های دماوند نیامد...»

پی‌نوشت

* سال ۱۳۸۶ مقاله‌ی تحقیقی این جانب تحت عنوان «تغییر کتب ریاضی ۱ نمی‌تواند چاره‌ساز باشد.» به مجله‌ی رشد ارسال داشتم و البته چاپ نشد.

* از همین جا فرصت را مغتنم شمرده و امیدوارم برای دانشمند گرامی و استاد ارزنده توبولوزی کشورمان جناب آقای دکتر اسدی از طرف جامعه ریاضی قدردانی گردد.